

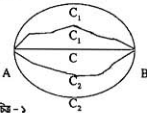
# প্রামাণ্য ব্যবসায়ীর সমস্যা ও কম্পিউটার সার্কিট



কৃতিতে ক্ষুদ্রতম এবং বৃহত্তম এ দুটো হিসাবের একটা বিশেষ স্থান আছে। এ কারণে গণিতবিদরা অনেককাল ধরে ক্ষুদ্রতম এবং বৃহত্তম বিষয়ের হিসাব করার কাজে নিয়োজিত আছেন। উচ্চতর গণিত পুস্তকে 'ম্যাক্সিমা ও মিনিমা' (maxima, minima) বা 'বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম' নামে একটা অধ্যায় থাকে; তাতে এ আতীত সমস্যার সমাধানের পদ্ধতি বর্ণিত থাকে। এ সকল সমস্যার সমাধানের বাস্তব উপযোগিতা আছে।

যেমন দুটো বিন্দুর মধ্যে সবচেয়ে কম দূরত্ব হচ্ছে ঐ দুই বিন্দুর সংযোগকারী সরলরেখার দৈর্ঘ্য। অর্থাৎ, A এবং B এ দুই বিন্দুকে অনেকগুলো রেখা দ্বারা যুক্ত করা সম্ভব (চিত্র-১ প্রথমা)।

সে সব রেখার সবগুলোই হবে বক্ররেখা, একটি হবে সরলরেখা। ঐ সরল রেখাটির (হেবিতে ACB) দৈর্ঘ্যই হবে A ও B বিন্দুর মধ্যে সবচেয়ে কম দূরত্বের পথ। প্রকৃতিতে, আলো সর্বদা এই সর্বেক্শুণ্ডতম পথে চলে। যেমন, আলো যখন A বিন্দু থেকে যাত্রা করে একটি আয়ত্নয় প্রতিফলিত হয়ে তারপর B বিন্দুতে পৌঁছায় তখন আলো এখন একটি নিম্নম প্রতিফলিত হয় যার দ্বারা সে সর্বেক্শুণ্ডতম পথে A থেকে B তে যেতে পারে। এ সুত্রটি স্নেল-এর সূত্র (Snell's law) নামে পরিচিত।



চিত্র-১

কম্পিউটারের যুগে এসে এই ক্ষুদ্রতম পথ নির্ণয়ের সমস্যা একটা নতুন রূপ নিয়ে উঠিত হয়েছে। সমস্যাটি অবশ্য প্রায় ফেদল বছরের পুরনো। এ সমস্যার নাম দেওয়া হয়েছে 'প্রামাণ্য ব্যবসায়ীর সমস্যা'। মনে করা যাক, ঢাকার কোন একটি গুহুধ কোম্পানীর এজেন্ট বা বিক্রেতা রাজশাহী, পাবনা, চট্টগ্রাম ও বুলদায় যাবেন গুহুধ বিক্রি করতে বা ব্যবসা সম্পর্কে তদন্ত করতে এবং কাজ শেষ করে ঢাকায় ফিরে আসবেন। সমস্যাটি হচ্ছে কোন পথে ভ্রমণ করলে অর্থাৎ কোন শহর দিয়ে আসে, কোন শহরে পরে গেলেন তিনি এক আয়ত্নয় দুবার না গিয়েও সবগুলো শহর সবচেয়ে সর্বেক্শুণ্ড পথে ঘুরে আসতে পারবেন। যেমন, তিনি ইচ্ছা করলে প্রথমে চট্টগ্রাম, সেখান থেকে পাবনা, পাবনা

থেকে বুলদা, বুলদা থেকে রাজশাহী যেতে পারেন এবং সবশেষে ঢাকায় ফিরে আসতে পারেন। মনে হচ্ছে এটা সম্ভবত দূরত্বম পথ হবে। এর চেয়ে সর্বেক্শুণ্ড হবে যদি তিনি ঢাকা থেকে যাত্রা করে পাবনা-রাজশাহী-বুলদা-চট্টগ্রাম হয়ে ঢাকায় ফিরে আসেন। অবশ্য এটাই সর্বেক্শুণ্ড পথ হবে কিনা তা হিসাব না করে বলা কঠিন। যেমন, ঢাকা-রাজশাহী-পাবনা-বুলদা-চট্টগ্রাম-ঢাকা এ পথটা আরও সর্বেক্শুণ্ড হতে পারে।

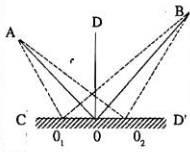


আবদুল হালিম

প্রাক্তন অধ্যাপক (গণিত), শহীদ সোহেবেরগারী কলেজ, ঢাকা। বিজ্ঞান ও ইতিহাস বিষয়ে বিভিন্ন জনসভায় ও যৌগিক গ্রন্থের লেখক। প্রকাশিতগ্রন্থঃ-বিদ্যালয়ের পরিচয়, হিউম্যানের রপরেখা ইত্যাদি।

এ সমস্যাটিকে যখন গণিতের সমস্যা হিসাবে গণ্য করা হবে তখন বিষয়টা অনেক জটিল হয়ে দাঁড়াবে। যেমন, এছাড়া সমস্যাটা হচ্ছে O বিন্দু থেকে যাত্রা করে A, B, C, D এ চারটি বিন্দু অতিক্রম করে কতভাবে O বিন্দুতে ফিরে আসা যায় তার হিসাব করা এবং প্রতিক্ষেে যেটি দূরত্ব হিসাব করে। এদের মধ্যে যে দূরত্বটা সবচেয়ে কম সেটাই হবে সর্বেক্শুণ্ডতম পথ। হিসাব করলে দেখা যাবে ২৪ রকম পথ হতে পারে। কিভাবে সংখ্যাটা পাওয়া চলে দেখা যাক।

O থেকে রওদানা হয়ে প্রথমে A, B, C অথবা D এ চারটির যে কোন একটি বিন্দুতে যাওয়া যায়।



চিত্র। ২। আলো A থেকে যাত্রা করে CD আয়ত্নয় প্রতিফলিত হয়ে B তে যেতে পারে নানা পথে যথা, AO, BO, BO, B। এদের মধ্যে AOB সর্বেক্শুণ্ডতম পথ।  $\angle AOD = \angle BOD$  হলে (OB, CD-র উপর লম্ব)।

মনে করা যাক আমাদের প্রামাণ্য বিক্রেতা A বিন্দুতে গেলেন। তারপর A থেকে কিন্তু তিনি অবশিষ্ট তিনটি বিন্দু যথা B, C, D বিন্দুর যে কোন একটিতে যেতে পারেন। কাজেই A থেকে আর যাত্রা ৩ রকমভাবে যাওয়া যায়। প্রামাণ্য বিক্রেতা যদি প্রথমে B বিন্দুতে যেতেন, তাহলেও তারপর তিনি কেবলমাত্র C, C, D-এ তিন বিন্দুতে যেতে পারেন। প্রথমে C তে গেলে অথবা D তে গেলেও অনুক্রমভাবে তীর সামনে আর তিনটি পথ খোলা থাকত। কথা নাড়াচ্ছে, প্রথম ধাপে তিনি ৪টি বিন্দুর যে কোনটিতে যেতে পারেন কিন্তু খিটখিট ধাপে তিনি অবশিষ্ট ৩টি বিন্দুর যে কোনটিতে যেতে পারেন। একই চিন্তা করলে দেখা যাবে, প্রথম দুই বিন্দুতে যাওয়ায় জন্য তিনি  $৪ \times ৩ = ১২$ টি বিকল্পের যে কোন একটি বেছে নিতে পারেন। ৩নং চিত্র দেখলে কথাটা পরিষ্কার হবে।

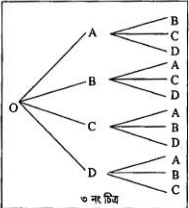
প্রথম দুটো বিন্দু অতিক্রম করার পর আমাদের প্রামাণ্য বিক্রেতা অবশিষ্ট দুটো বিন্দুতে যে কোন দুই রকমে যেতে পারবেন। ইতিমধ্যে তিনি ১২ রকমভাবে পথ অতিক্রম করেছে। এর প্রতিটির জন্য এখন দু'রকম বিকল্পের ব্যবস্থা আছে। অর্থাৎ সর্বমোট তিনি  $১২ \times ২ = ২৪$  রকমে ৪টি বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবেন। এ ২৪ রকম পথের মধ্যে যেটির দূরত্ব সবচেয়ে কম, আমাদের প্রামাণ্য ব্যবসায়ী সে পথই অনুসরণ করবেন।

আমরা চারটে মাত্র স্থানের হিসাব করে দেখলাম যে ২৪ রকম পথে এ চার স্থানে যাওয়া যায়। যদি স্থানের সংখ্যা হয় ১০ তাহলে হিসাবটা কত জটিল হবে দেখা যাক।

আমাদের প্রামাণ্য ব্যবসায়ী প্রথমে ১০টি স্থানের যে কোন একটিতে যেতে পারেন অর্থাৎ তিনি ১০ রকমে ভ্রমণ করতে পারেন। অবশেষে তীর সামনে থাকে আর ৯টি স্থান, এর যে কোনটিতে তিনি যেতে পারেন ৯ রকমে। সুতরাং প্রথম দুই স্থান তিনি যেতে পারবেন  $১০ \times ৯ = ৯০$  রকমে। তারপর বাকী থাকে ৮টি স্থান। এ আটটি স্থানে তিনি যেতে পারেন ৮ রকমের যে কোন এক রকমে। তাই প্রথম তিনটি স্থানে তিনি যেতে পারেন  $১০ \times ৯ \times ৮ = ৭২০$  টি বিভিন্ন পথে। এভাবে অগ্রসর হলে, প্রথম ৪টি স্থানে  $১০ \times ৯ \times ৮ \times ৭$  রকমে, প্রথম ৫টি স্থানে  $১০ \times ৯ \times ৮ \times ৭ \times ৬$  রকমে, প্রথম ৬টি স্থানে  $১০ \times ৯ \times ৮ \times ৭ \times ৬ \times ৫$  রকমে, প্রথম ৭টি স্থানে  $১০ \times ৯ \times ৮ \times ৭ \times ৬ \times ৫ \times ৪$  রকমে, প্রথম ৮টি স্থানে  $১০ \times ৯ \times ৮ \times ৭ \times ৬ \times ৫ \times ৪ \times ৩$  রকমে, প্রথম ৯টি স্থানে  $১০ \times ৯ \times ৮ \times ৭ \times ৬ \times ৫ \times ৪ \times ৩ \times ২$  রকমে যাওয়া যাবে। ৯টি স্থানে যাওয়ার পর দশম স্থানের কোন বিকল্প থাকবে না। কারণ একটি মাত্র স্থান অবশিষ্ট থাকবে এবং সেখানে ১ রকম ভাবেই যাওয়া যাবে।

সুতরাং প্রথম ১০টি স্থানে যাওয়ার বিভিন্ন রকম পথের সংখ্যা হবে  $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3,628,800$ ।  
কোন পথটি সবচেয়ে সর্বেশ্রেণী ভা শতকরা ১০০ ভাগ নিশ্চয়তার সাথে ছিন্ন করতে হলে এই ৩৬ লক্ষ ২৮ হাজার ৮শটি পথের প্রত্যেকটির দূরত্ব ছিন্ন করতে হবে এবং যে দুইটি সবচেয়ে কম সেই পথটাকেই সর্বেশ্রেণীতম পথ বলে নির্দিষ্ট করা যাবে।

স্থানের সংখ্যা যত বাড়বে, হিসাবের জটিলতাও তত বাড়বে। যদি আমাদের আশ্রয়স্থান ব্যবসায়ীকে ১১টি শহরে যেতে হয়, তবে ১০০% নিশ্চয়তার সাথে তাঁর সর্বেশ্রেণীতম যাত্রা পথ নির্ণয় করতে হলে  $3,628,800 \times 11$  পথ থেকে একটিকে বেছে নিতে হবে (সংখ্যাটি  $11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3,628,800$ )। দেখা যাবে, গণনা স্থানের সংখ্যা ১০ থেকে ১১তে বেড়ে গেলে সম্ভাব্য যাত্রাপথ তো ৩৬ লক্ষ থেকে প্রায় ৪ কোটিতে বৃদ্ধি পায়। এ অবস্থায়, যদি আমাদের ব্যবসায়ীকে ১ হাজার বা ২ হাজার শহরে ভ্রমণ করতে হয় তাহলে তাঁর পক্ষে সর্বেশ্রেণীতম পথটি নির্ণয় করা কঠিন হয়ে দাঁড়াবে বৈকি। কমপিউটারের সাহায্যে হিসাব করলেও, এ সমস্যার সমাধান করতে বহুদিন এমন কি বহু মাস লেগে যেতে পারে। আসলে প্রয়োজন এমন একটি কমপিউটার প্রোগ্রাম বা সফটওয়্যার কোড (software code) নির্মাণ করা যার সাহায্যে এ জটিল সমস্যার সমাধান কমপিউটারের মারফত দ্রুত সম্পন্ন করা যাবে।



এরকম সমস্যার সমাধান করতে বিজ্ঞানীরা সক্ষম হয়েছেন। নিউইয়র্ক বিশ্ববিদ্যালয়ের অধ্যাপক কোরাল্ড ইনস্টিটিউট অফ ম্যাথমেটিক্যাল সায়েন্স-এ কর্মরত বিজ্ঞানী ম্যানফোর্ড প্যাডবার্গ (Manfred Padburg) এবং রোমে অবস্থিত ইনস্টিটিউট ডি সি-সিস্টেমস এনালিসিস-এ কর্মরত বিজ্ঞানী জিওভান্নী রিনাল্ডি (Giovanni Rinaldi) একযোগে হিসাব করে ১৯৮৮ সালে ২৩৮২টি শহরের জন্য আমাদের ব্যবসায়ীর সমস্যার সুনির্দিষ্ট সমাধান বের করতে সক্ষম হয়েছেন। বর্তমানে এটাই বিশ্বের সর্বোচ্চ রেকর্ড। এ দুজন গণিতবিদ বেল ল্যাবরেটরিজ-এর গবেষকদের দ্বারা উদ্ভাবিত একটি পদ্ধতিকে প্রয়োগ করে তাঁদের হিসাব সম্পাদন করেছেন।



আম্রামাল ব্যবসায়ীর সমস্যার উপস্থাপনের সজ্ঞানায় রয়েছে বলেই কমপিউটার বিজ্ঞানীরা এ সমস্যার সমাধান গভীরভাবে অগ্রসরী হয়েছেন। যেকোন বিধানের যাত্রাপথ নিরূপণ করতে এ সমস্যার সমাধান করা হবে। এক একটা বিমান কোম্পানীর হাজার হাজার বিমান পৃথিবীর শত শত নগরে ছাড়ে। এক একটা গতিপথ কিভাবে নিরূপণ করলে সবচেয়ে কম ব্যয়তে ও কম সময়ে সবচেয়ে বেশি স্থানে যাওয়া যাবে ও বেশি যাত্রী বহন করা সম্ভব হবে — এ জাতীয় সমস্যার সমাধান উচ্চ আশ্রয়স্থান ব্যবসায়ীর সমস্যার সমাধান কাজে লাগবে। আবার কমপিউটার বিজ্ঞানেও এ সমস্যার সমাধানের প্রয়োজন করা যাবে।  
কমপিউটারের সার্কিটকে কিভাবে সর্বশ্রেণীতম পথে সযত্ন করা যায় সে সমস্যার সমাধান পাওয়া যাবে আমাদের ব্যবসায়ীর সমস্যার সমাধানের মধ্যে। কমপিউটারের সার্কিট বোর্ডে হাজার হাজার ছিন্ন করতে হয়, তারের সংযোগ স্থাপন ও মাইক্রোচিপস বসানোর জন্য। সবচেয়ে দ্রুত গতিতে এবং সবচেয়ে সর্বেশ্রেণীতম পথে কিভাবে এ সব ছিন্ন করা যায় তার সমাধানও পাওয়া যাবে এ আমাদের ব্যবসায়ীর সমস্যার সমাধানের মধ্যে। এ সমাধান কাজে লাগিয়ে উপাদান-কারীর প্রভূত পরিমাণ উৎপাদন ব্যয় কমাতে পারবেন।

এ বিষয়ে গবেষণা ও প্রচেষ্টা এগিয়ে চলেছে। দুই বিজ্ঞানী ২০৯২টি শহরের ক্ষেত্রেই এ সমস্যার সমাধান করেছেন। এখন ৩০৩৮টি শহরভিত্তিক সমস্যার সমাধান করার চেষ্টা চলছে। কমপিউটার বিজ্ঞান ও শিল্প প্রযুক্তির যত অগ্রগতি ঘটে ততই আরো বড় সংখ্যক শহর ঘটিত সমস্যার সমাধান করতে হবে। এ বিষয়ে বিজ্ঞানীরাও এগিয়ে চলেছেন।  
ল্যাবরেটরীজ-এ কর্মরত কমপিউটার বিজ্ঞানী ডেভিড জনসন বলেছেন, যে কোন বড় সংখ্যকভিত্তিক সমস্যার সমাধান করা তত্ত্বগতভাবে সম্ভব — অর্থাৎ যদি কমপিউটার ব্যবহার করার সুযোগ থাকে এবং যত্নে পর্যাপ্ত সময় থাকে। জনসন স্বয়ং ১ লক্ষ

শহরভিত্তিক সমস্যার সমাধান করার যত সফটওয়্যার কোড নির্মাণ করেছেন। এতে সময় লাগে ১২ মিনিট তেবে সমস্যার সমাধান ১০০% নিশ্চিত নয়, প্রায় ৯৮-৯৭% নিশ্চিত। আরেকজন কমপিউটার বিজ্ঞানী জঁন বেন্টলি (Jon Bentley) ১০ লক্ষ শহরভিত্তিক সমস্যার সমাধান করার যত সফটওয়্যার কোড নির্মাণ করেছেন। এতে প্রায় ৯৭% নিশ্চিত সমাধান পাওয়া যায় এবং এ সমাধানে সময় লাগে প্রায় ৩ থেকে ৪ ঘণ্টা। তবে শহরের সংখ্যা যত বাড়বে, সমাধানের সময় তত বেশি বেশি হারে বাড়বে, ৩-৪ ঘণ্টার স্থানে তখন ৩-৪ হাজার ঘণ্টাও লাগতে পারে — এই হচ্ছে কমপিউটার বিজ্ঞানীদের কথা।

আম্রামাল ব্যবসায়ীর সমস্যার সমাধান ১০০% নিশ্চিত না হলেও, বাস্তব কাজে কোন বিশেষ অসুবিধা হয় না। সে কারণে সমস্যার সমাধান ৯৭-৯৮% নিশ্চিত হলেও কাজ চলে যায়। ডেভিড জনসন বলেন যে, শেষ ১% বা ২% সুস্থিতি বাদ দিলে অনেকক্ষেত্রেই কাজের সময় অর্ধেক হয়ে যায়। এ

হিসাবটির বাস্তব উপযোগিতা অস্বীকার করা যায় না। এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, ডেভিড জনসন এবং জন বেন্টলিকে কমপিউটার বিজ্ঞানীরা 'আম্রামাল ব্যবসায়ীর সমস্যা' সমাধানের ক্ষেত্রে বিশেষজ্ঞরূপে গণ্য করে থাকেন।

'আম্রামাল ব্যবসায়ীর সমস্যার' উৎপত্তির একটি ইতিহাস আছে। ১৮৩২ খৃষ্টাব্দে জার্মানিতে আম্রামাল বিস্কেভালের ব্যবহারের জন্য একটি ব্যবহারিক পুস্তক প্রকাশিত হয়েছিল। ঐ বছরের শেষ অর্ধাব্দে 'পাটক-ব্যবসায়ীদের উদ্দেশ্য করে বলা হয়েছিল, তাঁরা যেন তাঁদের ভ্রমণসূচী এমনভাবে ছিন্ন করেন যাতে একস্থানে দুবার না গিয়েও যথাসম্ভব বেশি সংখ্যক স্থানে যাওয়া যায়। অনেকেই মনে করেন, এ সূত্র থেকেই এ আম্রামাল ব্যবসায়ীর সমস্যা নামক গাণিতিক সমস্যার সূত্রি হয়েছিল। ঐ সমস্যার সমাধান অসম্ভব এমন কমপিউটার সার্কিট থেকে বিধানের যাত্রাপথ পর্যন্ত বিভিন্ন দূরত্ব সমস্যার সমাধান কার্যকরভাবে প্রয়োজন করা যাবে।

**কমপিউটার জগৎ-এর গ্রাহক**

হতে চাইলে আপনার নাম ও ঠিকানাসহ ৬ সংখ্যার জন্য ৬০ টাকা বা ১২ সংখ্যার জন্য ১০০ টাকা মনি অর্ডার করে "কমপিউটার জগৎ" ১৪৬/১ আন্ধিমপুর রোড, ঢাকা - ১২০৫ এই ঠিকানায় পাঠান।  
আপনাকে সভাক বা পিয়ন মারফত নিয়মিতভাবে পত্রিকা পাঠিয়ে দেয়া হবে।