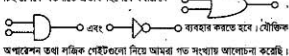


বীজগণিত : লজিক গেইটের জ্ঞান

১৮৫৪ সালে ইংরেজ গণিতজ্ঞ জর্জ বুলি একথাটা চমকপ্রদ বই প্রকাশ করেন। এন ইনট্রোডাকশন অব দ্য ল'স অব থিং, ডান হুইচ আন ফাউন্ডেইড দ্য ম্যাথমেটিক্যাল থিওরিয়াস এন্ড প্রোবাবিলিটিস, বইয়ের নামটা বেশ একটু লম্বা। বিখ্যাত হিসাব, মানুষ কোনো সিদ্ধান্তে পৌঁছানোর প্রক্রিয়ায় টিক টিক ধরনের যৌক্তিক পর্যালোচনা অনুসরণ করে তার একটি যৌক্তিক প্রকাশ উদ্ভাবন করা। তাঁর গবেষণার ফলস্বরূপ হিসেবে বেরিয়ে এলো একটি অনন্য সত্য যৌক্তিক বীজ গণিতের শৃঙ্খলা, এ বীজগণিত কেবল আমাদের সাধারণ ভেদবুদ্ধির কতক সখ্য যুক্তি নিয়েই যোগ্য হয়। এ হিসাব এক অসাধারণ আবিষ্কার, এক কথায় বৈপ্লবিক। আবিষ্কারকের প্রতি শ্রদ্ধা জানিয়ে গণিতের এ পাথর নাম দেয়া হলো বুলিয়ান বীজগণিত।

প্রথমে সেগুলি স্বল্প ধরে আধুনিক কম্পিউটার তথা ডিজিটাল বিজ্ঞান এ বীজগণিতের রূপরেখা দাঁড়িয়ে আছে। বুলিয়ান বীজগণিত বারিয়েই লক্ষ লক্ষ যৌক্তিক সত্য যৌক্তিক বা লজিক গেইট সম্বন্ধিত করে কম্পিউটারের আন্তর্জালীয় শরীর স্থাপত্য তথা জটিল বর্তনী নির্মাণ সম্ভব হয়ে। আবার উদ্ভাবিত হওয়া যায়, কম্পিউটারের মস্তিষ্ক সিপিইউ থেকে শুরু করে, মুদ্রিত, নিয়ন্ত্রক ইত্যাদির জটিল বর্তনীর যাবতীয় কর্মকান্ডই ব্যাখ্যা করা যায় এই বুলিয়ান বীজ গণিত প্রয়োগে। এ ব্যাপারটি বিচারে সর্বত্র আরই প্রাথমিক আলোচনা আমরা আজ করবো।

বুলিয়ান বীজগণিত : বুলিয়ান বীজগণিতে প্রবেশের প্রান্তরে দিনটি ব্যাপার মনে রাখা জরুরী। প্রথমতঃ এ বীজগণিতে ব্যবহৃত সংখ্যাগত মান বলতে '০' এবং '১' নিয়ে প্রকাশিত বইনারী মানকেই বোঝাবে। অর্থাৎ ইনপুট আউটপুটের A, B, C, D, X, Y, Z ইত্যাদি উপস্থাপন বা জেরিয়েকলগনে প্রত্যেকে কেবল '০' কিংবা '১' মানই পাওয়ার দাবীদার। ধরুন A, এটিকে হলে '০' ধরবে নাহুবা '১' ধরবে, অন্য তিনটা। বিপরীতঃ এ বীজগণিতে গণিতিক অপারেশন মানেই হলো যৌক্তিক অপারেশন। যৌক্তিক অর OR (+), যৌক্তিক এন্ড AND (+), যৌক্তিক নট NOT (—) ইত্যাদি। বীজগণিতের কোনো প্রকাশ + চিহ্ন ব্যবহৃতই বুঝতে হবে এখানে যৌক্তিক অর OR অপারেশন সম্পন্ন হয়ে। এবং তৃতীয়তঃ বীজগণিতিক প্রকাশটিকে বর্তনীতে রূপান্তরিত করতে প্রকাশে +, * ও — ইত্যাদি যৌক্তিক অপারেশনের চিহ্নগুলিকে বর্তনীতে প্রতীক হিসেবে ব্যবহৃত হবে।



বুলিয়ান বীজগণিতের প্রকাশ, তাৎপর্য এবং বর্তনীতে ব্যাবহার :

ধরুন একটি বীজগণিতিক প্রকাশ এমন, $A+B(C)$ = X এখানে তিনটি ইনপুট A, B, C এবং একটি আউটপুট X। সাধারণ বীজ গণিতের মতোই Bar (—) বা মেগা বক্রনীর সজ দিয়েই শুরু করতে হবে। তার মানে C কে উল্টানোর যৌক্তিক ইঙ্গিত। বিপরীতঃ NOT অপারেশন C আগে সম্পন্ন করতে হবে। অতঃপর প্রথম বসনীর () ভেতরের কাজ অর্থাৎ এখানে B এবং C এর মানে AND(+) অপারেশন বিবেচনা করা যাবে; এবং এভাবে প্রাগ $(B+C)$ এর সাথে সবশেষে A এর OR(+) অপারেশন সম্পন্ন করবে। তাহলে এর নিরূপণে গোটা ব্যা পাওয়ারিক বলাবে ডোবে, C কে উল্টানো (NOT) মানের সাথে B এর এন্ড (AND) অপারেশনের পর A এর সাথে অর (+) সম্পন্ন হলে X আউটপুট পাওয়া যায়। এই প্রকাশটিকে পড়বে এভাবে A অর B ও C বার (Bar) সমান X। এখানে C বার (Bar) মানে C অর্থাৎ C এর লম্বিকারাল ইঙ্গিত। তাই প্রকাশটিকে এভাবেও দেখা যায় $A+B\bar{C}$ । প্রথম বক্রনী () এবং এন্ড (+) চিহ্নটি মুছে। অনুবিধা নেই। তাৎপর্য কিবা অপারেশনে কোনো ভেদেই হবে না। বুলিয়ান বীজগণিতে আমরা প্রকাশঃ + চিহ্নটি ছাড়াই নিরূপণ। যেমন, $A+B$ বা লিখবে AB কিংবা $A+(B+C)$ এর মতো ABC (সেবা যায়।) কতি কিছুই নেই। তার মানে, $A+(B+C)=X$ কিংবা $A+B\bar{C}=X$ একই ব্যাপার, অবশ্য সর্বমুখই আবার এমন ব্যয়নায় সঙ্গীকরণ টিক হয়না। যেমন, $A+B(C+D)$ অর $A+B(C+D)$ এক জিনিস নয়। কেন নয়, সেখা আলোচনা পরে। যাক আমাদের প্রথম উদাহরণেই $A+B\bar{C}=X$ কে ফিরে যাই। এই বীজগণিতিক প্রকাশটিকে এবার আমরা বর্তনীতে রূপান্তরিত করবো। নিচের চিত্র ১-এ লজিক গেইটের সমন্বয়ে প্রকাশটিকে দেখানো হলো।



ইনপুট A, B, C এর বিভিন্ন মানের জন্য আউটপুট X কি হবে তা সত্য-বিখ্যাত হক থেকে পাওয়া যায়।

A	B	C
০	০	০
০	০	১
০	১	০
০	১	১
১	০	০
১	০	১
১	১	০
১	১	১

হক : ১.১
০০০ এর অর্থ A, B, C ই তিন টি টি ই একসাথে অফ (OFF) বা '০' অবস্থায়। এভাবেই ১১১ মানে তিনটি ইনপুট জন '১' অবস্থায় রয়েছে। বাস, পরগণা গেলে ইনপুট অবস্থানো। আউটপুট পাশের সত্যনিখ্যা ছকেই তার উত্তর (হক : ১.১)।

আম্বা ভাগ্যে কথা, তিনটি ইনপুট A, B, C এর বিভিন্ন মানের সমাবেশ সম্বন্ধে পাওয়ার কায়দা কী? উত্তর বাইনারী পদ্ধতিতে রয়েছে, কম্পিউটার ভাষায় মার্চ সংখ্যা। বাইনারী ০০০ থেকে বইনারী ১১১ পর্যন্ত মোট আটটি সমাবেশ। অর্থাৎ জেসিমে মূল্য থেকে জেসিমে সাত পর্যন্ত সংখ্যা তটির বইনারী প্রকাশই হবে মোট আটটি সমাবেশ, তিনটি ইনপুটের জন্য। হক দেখলে হক : ১.১ ক।

A	B	C	\bar{C}	$B\bar{C}$	$X=A+B\bar{C}$
০	০	০	১	০	০
০	০	১	০	০	০
০	১	০	১	১	১
০	১	১	০	০	০
১	০	০	১	০	১
১	০	১	০	০	১
১	১	০	১	১	১
১	১	১	০	০	১

হক : ১.১

বিবেচনা করুন অন্য একটি বীজগণিতিক প্রকাশকে। $A+B\bar{A}=X$ । ইনপুট সবার দুটি A এবং B, আউটপুট X একটি। পুরো সত্যনিখ্যা ছকটি পেতে ধাপে ধাপে অগ্রসর হই। প্রথমে A এবং B এর সম্ভাব্য ইনপুটমানগুলো এবং উল্টানো \bar{A} , \bar{B} নিয়ে একটি হক : ১.২ ক তৈরি করি।

A	B	\bar{A}	\bar{B}
০	০	১	১
০	১	১	০
১	০	০	১
১	১	০	০

যিটারি ধাপে, A এবং B এর মাঝে OR(+) অর অপারেশন প্রাগ ফলাফল $A+B$ সন্নিবেশিত করে হক : ১.২ খ পাওয়া গেলে।

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$A+B$
০	০	১	১	০
০	১	১	০	১
১	০	০	১	১
১	১	০	০	১

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$A+B$	$B(\bar{A}+\bar{B})$
০	০	১	১	০	০
০	১	১	০	১	০
১	০	০	১	১	০
১	১	০	০	১	১

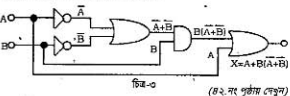
হক : ১.২ খ
তৃতীয় ধাপে, $\bar{A}+\bar{B}$ এবং B এর মাঝে এন্ড AND(+) অপারেশন সম্পন্ন করে আরেকটি কলাম ছুড়ে সাজাই।

হক : ১.২ গ

শেষ ধাপে $B(\bar{A}+\bar{B})$ কলামে প্রাগ ফলাফলের সাথে A কলামের মানগুলোর OR(+) অর অপারেশন করলে পরগণা যাবে সামগ্রিক $A+B\bar{A}$ এর ফল অর্থাৎ শেষ কলাম। এটিই তাহলে আউটপুট X। তার মানে হক : ১.২ ঘ ই হলো $A+B\bar{A}=X$ এর সত্য নিখ্যার হক বা থেকে ইনপুট A, B এর বিভিন্ন মানের

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$A+B$	$X=A+B\bar{A}$
০	০	১	১	০	০
০	১	১	০	১	০
১	০	০	১	১	১
১	১	০	০	১	১

হক : ১.২ ঘ
শেষটি দিয়ে আসোয়া বীজগণিতিক প্রকাশ $X=A+B\bar{A}$ কে ব্যাবহারন করতে রহিলে আমরা পাওবা নিচের চিত্রটি (চিত্র-১)।



(৪২ নং পৃষ্ঠায় দেখুন)

