

# গণিতের অলিগলি

পর্ব : ৩৬

## বর্গসংখ্যার কিছু মজা

এক,

১৫৩ সংখ্যানির একটি মজার দিক হলো একে বেশ কয়েকটি বর্গসংখ্যার সমষ্টি আকারে প্রকাশ করা যায় :

$$১৫৩ = ১০^২ + ৭^২ + ২^২$$

$$১৫৩ = ১২^২ + ৩^২$$

$$১৫৩ = ৬^২ + ৬^২ + ৯^২$$

তা ছাড়া এ সংখ্যাটিকে বর্গের অন্তর রূপেও প্রকাশ করা যায় :

$$১৫৩ = ১৩^২ - ৪^২$$

$$১৫৩ = ১৫^২ - ৬^২ - ৬^২$$

আবার ১৫৩ হতে পারে কতগুলো ঘনসংখ্যারও সমষ্টি :

$$১৫৩ = ১^৩ + ৩^৩ + ৫^৩$$

আমরা এ সংখ্যানিক বর্গসংখ্যা ও ঘনসংখ্যার মতো গুণোত্তরমতো যোগ চিহ্ন বসিয়েও প্রকাশ করতে পারি :

$$১৫৩ = ১১^২ + ৩^৩ + ২^২ + ১^২$$

$$১৫৩ = ২^২ + ৩^৩ + ৪^২ + ৫^২ + ৬^২$$

$$১৫৩ = ২^২ + ৩^২ + ৪^২ + ৪^২ + ৯^২ + ৩^৩$$

$$১৫৩ = ২^৩ + ৩^৩ + ৪^৩ + ২^২ + ৩^২ + ৪^২ + ৫^২$$

আরো দেখা গেছে :

$$১৫৩ = ২^১ + ৫^২$$

$$১৫৩ = ১১^২ + ২^৩$$

আবার ১৫৩ সংখ্যানির একগুলোকে গুলটপালট করে লিখে পাই ৫১৩। আর ৫১৩ = ৫^৩ + ১^৩ + ৩^৩

পাঁচতে একসোকে বলা হয় ১৫৩-এর মাস্টিপন কানেট্টেরিস্টিক বা গুণ বৈশিষ্ট্য।

দুই,

এবার আমরা জানব ১ থেকে ৫-এর বর্গসংখ্যা নিয়ে কিছু মজার সম্পর্ক :

$$২৫ = ২৫। \text{ আর } ২৫ = ২৬ - ০১ \text{ একে } ২৬০১ = ৫১^২$$

$$৪^২ = ১৬। \text{ আর } ১৬ = ৩৭ - ২১ \text{ একে } ৩৭২১ = ৬১^২$$

$$৩^২ = ০৯। \text{ আর } ০৯ = ৫০ - ৪১ \text{ একে } ৫০৪১ = ৭১^২$$

$$১^২ = ০১। \text{ আর } ০১ = ৮২ - ৮১ \text{ একে } ৮২৮১ = ৯১^২$$

তিন,

এবার কয়েকটি ইংরেজি সনে গণিতের কী লুকিয়ে আছে, তা বুঝে দেখা যাক।

১৯৮৩ : এখানে ৮৩ ও ১৯-এর মধ্যে পার্থক্য ৬৪, যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

২০১১ : এখানে ২০ ও ১১-এর মধ্যে পার্থক্য ০৯, যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

১৯৭১ : এখানে ৭১ ও ১৯-এর মধ্যে পার্থক্য ৫২।

লক্ষণীয়, ১৯৭১ আমাদের স্বাধীনতা লাভের বছর আর ১৯৫২ আমাদের ভাষা আন্দোলনের বছর।

চার,

আমরা জানি যে সংখ্যাকে শুধু ১ আর ৩ই সংখ্যা ছাড়া আর কোনো সংখ্যা দিয়ে ভাঙা করা যায় না, তাকে বলা হয় মৌলিক সংখ্যা। কতগুলো মৌলিক সংখ্যা আছে যেগুলোকে দুই বর্গের সমষ্টি আকারে প্রকাশ করা যায়। নিচে এমনি মৌলিক সংখ্যা ১৭, ৯৭, ৩৩৭ এবং ৮৮১-এর উদাহরণ দেয়া হলো :

$$১৭ = ৪^২ + ১^২$$

$$৯৭ = ৯^২ + ৪^২$$

$$৩৩৭ = ১৬^২ + ৯^২$$

$$৮৮১ = ২৯^২ + ১৬^২$$

কিন্তু মৌলিক সংখ্যা নিয়ে পরীক্ষা করে দেখেন না, এসব সংখ্যাকে দুই বর্গের সমষ্টি আকারে প্রকাশ করতে পারেন কি না। আবার শুধু যে মৌলিক সংখ্যাকেই দুই বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যায় তা নয়, কৃত্রিম সংখ্যাকেও দুই বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করা যায়। যেমন ১৯৯১ একটি কৃত্রিম সংখ্যা,

কারণ এ সংখ্যাটিকে ১৭ ও ১১৩ দিয়ে ভাঙা করা যায়। আর এটিকে দুই বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ আমরা করলে পাই  $১৯৯১ = ৩৬^২ + ২৫^২$ ।

পাঁচ,

কতগুলো বর্গসংখ্যা আছে, যেগুলোকে কিউব বা ঘন এবং স্কয়ার বা বর্গের সমষ্টির আকারে প্রকাশ করা যায়।

$$০৩২ = ০০৯ = ২^২ + ১^২$$

$$০৬২ = ০৩৬ = ৩^২ + ৩^২$$

$$১০২ = ১০০ = ৪^৩ + ৬^২$$

$$১৫২ = ২২৫ = ৫^৩ + ১০^২$$

আবার কিছু কিছু বর্গসংখ্যা আছে যেগুলো বিশেষ নামের প্যাটার্ন অনুসরণ করে।

$$৪^২ = ১৬$$

$$৩৪^২ = ১১৫৬$$

$$৩৩৪^২ = ১১১৫৫৬$$

$$৩৩৩৪^২ = ১১১১৫৫৫৬$$

$$৩৩৩৩৪^২ = ১১১১১৫৫৫৫৬$$

.....ইত্যাদি।

$$৭^২ = ৪৯$$

$$৬৭^২ = ৪৪৮৯$$

$$৬৬৭^২ = ৪৪৪৮৮৯$$

$$৬৬৬৭^২ = ৪৪৪৪৮৮৮৯$$

$$৬৬৬৬৭^২ = ৪৪৪৪৪৮৮৮৮৯$$

$$৬৬৬৬৬৭^২ = ৪৪৪৪৪৪৮৮৮৮৯$$

.....ইত্যাদি।

$$৯^২ = ৮১$$

$$৯৯^২ = ৯৮০১$$

$$৯৯৯^২ = ৯৯৮০০১$$

$$৯৯৯৯^২ = ৯৯৯৮০০০১$$

$$৯৯৯৯৯^২ = ৯৯৯৯৮০০০০১$$

$$৯৯৯৯৯৯^২ = ৯৯৯৯৯৮০০০০০১$$

.....ইত্যাদি।

ষষ্ঠ,

কিছু বর্গসংখ্যা আছে যেগুলোকে দুই বর্গের অন্তর বা বিয়োজন আকারে প্রকাশ করা যায়। গণিতের ভাষায় বলা যায় যদি,  $k^২ = একটি বর্গসংখ্যা$  হয় তবে  $k^২$  কে আমরা একতরু প্রকাশ করতে পারি:

$k^২ = b^২ + g^২$ । যেমন  $৫^২ = ৩^২ + ২^২$ । এখানে ৫^২ হচ্ছে এমন একটি সংখ্যা যা অন্য দুই সংখ্যা ৩ ও ২-এর বর্গের সমষ্টি। এখানে ৫, ৩ ও ২ একটি বিশেষ ত্রীসংখ্যা, যা উপরে বর্ণিত শর্ত মেনে চলে। গণিত জগতে এই (৫, ৩, ২) ধরনের সংখ্যার নাম পিথাগোরাসের ট্রিপলেট বা ত্রীসংখ্যা। কারণ, আমরা জানি পিথাগোরাস আমাদের জামিয়ারোসেন,

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য ৫ একক হলে এর অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য হবে ৩ একক ও ২ একক, কারণ  $৫^২ = ৩^২ + ২^২$ । আসলে তিনি আমাদের জানিয়েছিলেন সমকোণী ত্রিভুজের অভিক্ষেপ  $২ = \sqrt{৫^২ - ৩^২}$ ।

এই সংখ্যার সের করার নানা সূত্র আছে। একটি নিয়ম হলো প্রথমে একটি বিজোড় সংখ্যা  $g$  নিতে হবে। তখন  $g$  ও  $k$  পেয়ে যাবে নিম্নের সূত্র থেকে:  $g = (\sqrt{৫^২ - ১}) + ২$  এবং  $k = (\sqrt{৫^২ + ১}) + ২$ । এখন  $g = ৫$  ধরলে উপরে সূত্র থেকে সহজেই পেয়ে যাই  $g = ১২$  এবং  $k = ১৩$ । অতএব এ থেকে ত্রীসংখ্যা হচ্ছে (১৩, ১৩, ৫)। এ নিয়মটা ৬২৮ খৃষ্টাব্দে উদ্ভাবন করেন ভারতীয় গণিতাবিদ ব্রহ্মগুপ্ত। পিথাগোরাসের কয়েকটি ট্রিপলেট উদাহরণ হলো:

$$৫^২ = ৩^২ + ২^২$$

$$১৩^২ = ১২^২ + ৫^২$$

$$২৫^২ = ১৫^২ + ২০^২$$

$$২৯^২ = ২০^২ + ২১^২$$

$$৩৩^২ = ১৫^২ + ৩৬^২$$

$$৫২^২ = ২০^২ + ৪৮^২$$

$$১০১^২ = ২০^২ + ৯৯^২$$

$$১১৩^২ = ১৫^২ + ১১২^২$$

$$(৫, ৩, ২)$$

$$(১৩, ১২, ৫)$$

$$(২৫, ১৫, ২০)$$

$$(২৯, ২০, ২১)$$

$$(৩৩, ৩৬, ১৫)$$

$$(৫২, ২০, ৪৮)$$

$$(১০১, ২০, ৯৯)$$

$$(১১৩, ১৫, ১১২)$$