গণিতের অলিগলি

পর্ব : ৭৬

এক.

কাপরেকার নাম্বার ৬১৭৪ থিওরি

৬১৭৪ সংখ্যাটির রয়েছে একটি অপরিবর্তনীয় মজার রহস্য। কাপরেকারের অপারেশনে এই রহস্যটি ধরা পড়েছে। ৬১৭৪ সংখ্যাটিতে থাকা সে রহস্যটি বের করুন যেকোনো চার অঙ্কের সংখ্যা ব্যবহার করে। সে রহস্য উদঘাটনে নিচের নিয়ম ও ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে।

ধাপ-১ : যেকোনো চার অঙ্কের সংখ্যা নিন, তবে কোনো সংখ্যায়ই যেনো চারটি অঙ্ক একই না হয়, যেমন সংখ্যাগুলো ১১১১, ২২২২, ৩৩৩৩, ... ইত্যাদি হতে পারবে না।

ধাপ-২ : সংখ্যাটির অঙ্কগুলোকে মানের অধঃক্রমে সাজিয়ে একটি সংখ্যা তৈরি করুন।

ধাপ-৩ : সংখ্যাটির অঙ্কগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে আরেকটি সংখ্যা লিখুন।

ধাপ-৪ : দ্বিতীয় ধাপে তৈরি সংখ্যা থেকে তৃতীয় ধাপে তৈরি সংখ্যা বিয়োগ করুন।

ধাপ-৫ : বিয়োগফলটি নিয়ে দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ ধাপ বারবার করতে থাকুন।

দেখবেন এক সময় বিয়োগফলটি হবে ৬১৭৪।

উদাহরণ

ধাপ-১ : ধরি প্রথমে নেয়া হলো চার অঙ্কের সংখ্যা ৫৬২০।

ধাপ-২ : এর অঙ্কগুলো মানের অধঃক্রমে সাজিয়ে পাই সংখ্যা ৬৫২০।

ধাপ-৩ : নেয়া সংখ্যার অঙ্কগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই সংখ্যা ০২৫৬।

ধাপ-৪ : এখন ৬৫২০ − ০২৫৬ = ৬২৬৪।

ধাপ-৫ : এই বিয়োগফল ৬২৬৪ নিয়ে ধাপ ২, ৩ ও ৪ বারবার করে পাই নিম্নরূপ :

৬২৬৪ : ৬৬৪২ − ২৪৬৬ = ৪১৭৬

৪১৭৬ : ৭৬৪১ − ১৪৬৭ = ৬১৭৪

৬১৭৪ : ৭৬৪১ − ১৪৬৭ = ৬১৭৪

৬১৭৪ সংখ্যাটির এই অপরিবর্তনীয় রহস্য কাজে লাগিয়ে আপনি বন্ধুদের তাক লাগিয়ে দিতে পারেন।

দুই.

অ্যাক্রেল নাম্বার ৪২১

যেকোনো পূর্ণসংখ্যা নিয়ে নিচের নিয়ম অনুসরণ করে গণিতের মজার খেলায় মেতে উঠুন।

নিয়ম

ধাপ-১ : যে কোনো পূর্ণসংখ্যা বেছে নিন।

ধাপ-২ : যদি সংখ্যাটি জোড়সংখ্যা হয়, তবে ২ দিয়ে ভাগ করুন। সংখ্যাটি বিজোড় হলে ৩ দিয়ে গুণ করে ১ যোগ করুন।

ধাপ-৩ : দ্বিতীয় ধাপের কাজটি বারবার করুন, যতক্ষণ না ফল ধারাবাহিকভাবে ৪, ২, ১ পাওয়া যায়। এবং আপনি নিশ্চিত থাকুন শেষ পর্যন্ত আপনি তা পাবেনই।

উদাহরণ

ধরি পূর্ণসংখ্যাটি নেয়া হলো ১৫

১৫ সংখ্যাটি বিজোড়, ১৫ × ৩ + ১ = ৪৬

৪৬ সংখ্যাটি জোড়, ৪৬ ÷ ২ = ২৩

২৩ সংখ্যাটি বিজোড়, ২৩ × ৩ + ১ = ৭০

৭০ সংখ্যাটি জোড়, ৭০ ÷ ২ = ৩৫

৩৫ সংখ্যাটি বিজোড়, ৩৫ × ৩ + ১ = ১০৬

১০৬ সংখ্যাটি জোড়, ১০৬ ÷ ২ = ৫৩

৫৩ সংখ্যাটি বিজোড়, ৫৩ × ৩ + ১ =১৬০

১৬০ সংখ্যাটি জোড়, ১৬০ ÷ ২ = ৮০

৮০ সংখ্যাটি জোড়, ৮০ ÷ ২ = ৪০

৪০ সংখ্যাটি জোড়, ৪০ ÷ ২ = ২০

২০ সংখ্যাটি জোড়, ২০ ÷ ২ = ১০

১০ সংখ্যাটি জোড়, ১০ ÷ ২ = ৫

৫ সংখ্যাটি বিজোড়, ৫ × ৩ +১ = ১৬

১৬ সংখ্যাটি জোড়, ১৬ ÷ ২ = ৮

৮ সংখ্যাটি জোড়, ৮ ÷ ২ = ৪

৪ সংখ্যাটি জোড়, ৪ ÷ ২ = ২

২ সংখ্যাটি জোড়, ২ ÷ ২ = ১

১ সংখ্যাটি বিজোড়, ১ × ৩ + ১ = ৪

৪ সংখ্যাটি জোড়, ৪ ÷ ২ = ২

২ সংখ্যাটি জোড়, ২ ÷ ২ =১

এখন আমরা যতই সামনে বাড়ি ফল ধারাবাহিকভাবে ৪,২,১ আসতেই থাকবে। আর এখানেই এই অঙ্কের মজা।

তিন.

কোন তারিখে কী বার

ধরা যাক, কারো জন্ম ১৯৮৬ সালের ২৩ জুন। প্রশ্ন হলো সেই তারিখটিতে কী বার ছিল? কিংবা মনে প্রশ্ন জাগল, ঐতিহাসিক ১৯৫২ সালের ২১ ফেব্রুয়ারি কী বার ছিল? এভাবে আমাদের মনে প্রশ্ন জাগে অতীতের কোনো একটি তারিখে কী বার ছিল? কিংবা ভবিষ্যতের কোন তারিখে কী বার হবে? এসব প্রশ্নের উত্তর জানতে প্রয়োজন সংশি-ষ্ট বছরের পঞ্জিকা বা ক্যালেন্ডার। কিন্তু এত পুরনো দিনের পঞ্জিকা বা ক্যালেন্ডার কি সব সময় খুঁজে পাওয়া সম্ভব? সাধারণত তা সম্ভব নয়। তবে চিন্তার কোনো কারণ নেই। কেননা, এসব প্রশ্নের উত্তর জানার নানা উপায় গণিত আমাদেরকে জানিয়েছে। এমনি একটি উপায় এখানে আমরা জানব।

আমরা জানি, জানুয়ারি মাস ৩১ দিনে। আর ফেব্রুয়ারি ২৮ দিনে। ২৮ দিনে ঠিক ৪ সপ্তাহ। এর অর্থ হচ্ছে, জানুয়ারি মাসের একটি তারিখ যে দিনে আসবে, সে একই তারিখ ফেব্রুয়ারিতে আসবে ৩ দিন পর। এই বিষয়টি মনে রেখে কোনো তারিখের বারের নাম বের করার জন্য প্রতিটি মাসের জন্য একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা আমাদের মনে রাখতে হবে। নিচে উলি-খিত মাসভিত্তিক সংখ্যাগুলো মনে রাখতে চেষ্টা করুন। তা সম্ভব না হলে ডায়রিতে লিখে রাখুন− জানুয়ারি ০, ফেব্রুয়ারি ৩, মার্চ ৩, এপ্রিল ৬, মে ১, জুন ৪, জুলাই ৬, আগস্ট ২, সেপ্টেম্বর ৫, অক্টোবর ০, নভেম্বর ৩ এবং ডিসেম্বর ৫। এবার নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করুন। জেনে নিন কোন তারিখের বারের নাম জানতে হবে।

ধাপ-১ : ধরুন, জানতে চাই ১৯৮৬ সালের ২৩ জুন কী বার ছিল?

ধাপ-২ : মাসভিত্তিক সংখ্যা জেনে নিন, এখানে জুনের সংখ্যা ৪।

ধাপ-৩ : এবার নিন মাসের তারিখ সংখ্যা, এ ক্ষেত্রে তারিখ সংখ্যা ২৩।

ধাপ-৪ : এবার নিন সালের শেষ দুই অঙ্ক, এখানে ৮৬।

ধাপ-৫ : সালটিতে কতটি লিপ ইয়ার বা অধিবর্ষ ছিল জেনে নিন।

ধাপ-৬ : তা জানার জন্য সালের শেষ দুই অঙ্ককে ৪ দিয়ে ভাগ করতে হবে। এখানে ৮৬-কে ৪ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল ২১। আর ভাগশেষ ২। অতএব লিপ ইয়ার সংখ্যা ২১।

ধাপ-৭ : এবার যোগ করুন পাওয়া সবগুলো সংখ্যা : ৪ + ২৩ + ৮৬ + ২১ = ১৩৪।

ধাপ-৮ : এই যোগফলকে ৭ দিয়ে ভাগ করে ভাগশেষ বের করুন। এখানে ১৩৪-কে ৭ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ পাই ১। এই ভাগশেষই আমাদেরকে বলে দেবে ১৯৮৬ সালের ২৩ জুন কী বার ছিল। এবার নিচের তালিকা থেকে দেখে নিন অষ্টম ধাপে ভাগশেষ কত থাকলে কী বার হয়।

ভাগশেষ ০ থাকলে রোববার, ১ থাকলে সোমবার, ২ থাকলে মঙ্গলবার, ৩ থাকলে বুধবার, ৪ থাকলে বৃহস্পতিবার, ৫ থাকলে শুক্রবার আর ৬ থাকলে শনিবার।

আমরা দেখেছি নেয়া ১৯৮৬ সালের ২৩ জুন তারিখটির বেলায় ভাগশেষ থাকে ১। অতএব ওই তারিখে ছিল সোমবার।

এবার আমরা দেখব, ১৯৫২ সালের ২১ ফেব্রুয়ারি কী বার ছিল।

এখানে মাসটি ফেব্রুয়ারি। এ মাসের জন্য মাসভিত্তিক সংখ্যা ৩।

এখানে তারিখ সংখ্যা ২১।
সাল সংখ্যা ৫২।
৫২ সালে লিপ ইয়ার ১৩টি : ৫২ ÷ ৪ = ১৩।
সবগুলো সংখ্যার যোগফল = ৩ + ২১ + ৫২ + ১৩ = ৮৯।
এখন ৮৯-কে ৭ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল ১৪, আর ভাগশেষ ১।
আমরা আগে জেনেছি ভাগশেষ ১ থাকলে দিনটি হয় সোমবার।
অতএব ১৯৫২ সালের ২১ ফেব্রুয়ারি ছিল সোমবার।
এভাবে আমরা যেকোনো তারিখের বারের নাম বের করে নিতে পারি। তারিখটি হতে পারে অতীতের কিংবা ভবিষ্যতের।

চার.

মজার সংখ্যা ২৫১৯

২৫১৯ কে ০২ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ১
২৫১৯ কে ০৩ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ২
২৫১৯ কে ০৪ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৩
২৫১৯ কে ০৫ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৪
২৫১৯ কে ০৬ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৫
২৫১৯ কে ০৭ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৬
২৫১৯ কে ০৮ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৭
২৫১৯ কে ০৯ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৮
২৫১৯ কে ১০ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৯
এ সংখ্যাটির আরেকটি মজা হচ্ছে নিম্নরূপ :
১২৫৯ × ২ + ১ = ২৫১৯
৮৩৯ × ৩ + ২ = ২৫১৯
৬২৯ × ৪ + ৩ = ২৫১৯
৫০৩ × ৫ + ৪ = ২৫১৯
৪১৯ × ৬ + ৫ = ২৫১৯
৩৫৯ × ৭ + ৬ = ২৫১৯
৩১৪ × ৮ + ৭ = ২৫১৯
২৭৯ × ৯ + ৮ = ২৫১৯
২৫১ × ১০ + ৯ = ২৫১৯

পাঁচ.

শূন্য দিয়ে ভাগ করা ভুল

আমাদের কাছে যা কিছু থাকে, তা ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ... ইত্যাদি দিয়ে ভাগ করতে পারি। কিন্তু কোনো কিছুকেই শূন্য (০) দিয়ে ভাগ করতে পারি না। শূন্য দিয়ে ভাগ করতে গেলেই ভুল হবে। গণিত আমাদেরকে তাই শিখিয়েছে। শূন্য দিয়ে ভাগ করতে যাওয়া যে ভুল, তা আমরা গাণিতিকভাবে প্রমাণ করতে পারি। নিচের গাণিতিক ধাপগুলো সতর্কতার সাথে লক্ষ করুন।

ধাপ-১ : ধরুন $a = b$
ধাপ-২ : উভয় পক্ষকে a দিয়ে গুণ করে পাই $a^2 = ab$
ধাপ-৩ : উভয় পক্ষে $a^2 - 2ab$ যোগ করে পাই
$a^2 + a^2 - 2ab = ab + a^2 - 2ab$
বা, $2a^2 - 2ab = a^2 - ab$
বা, $2(a^2 - ab) = (a^2 - ab)$
ধাপ-৪ : এবার উভয় পক্ষকে $(a^2 - ab)$ দিয়ে ভাগ করলে পাই $2 = 1$
এখন প্রশ্ন, কখনো কি ২ = ১ হতে পারে?
সহজ উত্তর : হতে পারে না।
এখন প্রশ্ন : তা হলে ভুলটা কোথায়?
আসলে ভুলটা করা হয়েছে চতুর্থ ধাপে। এই ধাপে আমরা উভয় পক্ষকে $a^2 - ab$ দিয়ে ভাগ করেছি। এখানে আসলে $(a^2 - ab)$-এর মান শূন্য (০)। কারণ আমরা শুরুতেই ধরে নিয়েছিলাম $a = b$, তা হলে $a^2 - ab = a^2 - a.a$, কেননা $a = b = a^2 - a^2 = 0$
অতএব, স্পষ্টত $a^2 - ab = 0$, যেহেতু আমরা কোনো কিছুকেই শূন্য দিয়ে ভাগ করতে পারি না, অতএব চতুর্থ ধাপে $a^2 - ab$ ভাগ করাটা আমাদের ভুল ছিল। আর এ জন্য আমরা ফল পেলাম ২ = ১।
তাহলে আমাদের সতর্কতার সাথে মনে রাখতে হবে কখনোই গণিতের কোনো প্রক্রিয়ায় কোনো কিছুকেই শূন্য দিয়ে ভাগ করব না। করলে ভুল হবে।

ছয়.

দ্রুত ৩০ থেকে ৭০ পর্যন্ত সংখ্যার বর্গফল বের করার নিয়ম

আসলে ৩০ থেকে ৭০ পর্যন্ত সংখ্যার মাঝামাঝি সংখ্যা হচ্ছে ৫০। এ ক্ষেত্রে ৫০-এর প্রথম অঙ্ক ৫-এর বর্গ ২৫ সংখ্যাটি আমাদের মনে রাখতে হবে। এখানে মনে রাখতে ৩০ থেকে ৭০ পর্যন্ত সবগুলো সংখ্যার বর্গফল হবে চার অঙ্কের। আমরা এসব সংখ্যার দ্রুত বর্গফল বের করার নিয়মটা উদাহরণ দিয়ে বুঝতে চেষ্টা করব।

উদাহরণ-১

ধরি, জানতে চাই ৫২^২ = কত?
এখানে ৫২ হচ্ছে ৫০ থেকে ২ বেশি। এই ২-এর বর্গ ৪।
অতএব ০৪ হবে নির্ণেয় বর্গফলের ডানের দুই অঙ্ক।
দেয়া ৫২ সংখ্যাটি ৫০ থেকে ২ বেশি।
অতএব, বামের অঙ্ক দুটি হবে ২৫ + ২ = ২৭
অতএব নির্ণেয় বর্গফল বা ৫২^২ = ২৭০৪।

উদাহরণ-২

এবার জানব, ৫৩^২ = কত?
এখানে ৫৩ হচ্ছে ৫০ থেকে ৩ বেশি। এই ৩-এর বর্গ ৯।
অতএব ০৯ হবে নির্ণেয় বর্গফলের ডানের দুই অঙ্ক।
৫৩ হচ্ছে ৫০ থেকে ৩ বেশি।
অতএব, বামের অঙ্ক দুটি হবে ২৫ + ৩ = ২৮।
অতএব ৫৩^২ = ২৮০৯।

উদাহরণ-৩

ধরা যাক, এবার জানতে হবে ৬২^২ = কত?
এখানে ৬২ হচ্ছে ৫০ থেকে ১২ বেশি।
এই ১২-এর বর্গ ১৪৪।
অতএব নির্ণেয় বর্গফলের ডানের দুই হবে ১৪৪-এর ৪৪।
মনে রাখি হাতে রইল ১।
এখন নির্ণেয় বর্গফলের বামের দুই অঙ্ক হবে ২৫ +১২ + হাতের ১ = ৩৮।
অতএব ৬২^২ = ৩৮৪৪।
লক্ষ করুন, এতক্ষণ আমরা যেসব সংখ্যার বর্গফল বের করেছি সবগুলোই ৫০-এর চেয়ে বেশি। এবার দেখব, ৫০-এর চেয়ে ছোট কিন্তু ৩০ থেকে বড় সংখ্যার বর্গফল বের করার নিয়ম। নিয়মটা মোটামুটি একই, তবে আগে ৫০ থেকে দেয়া সংখ্যাটির যত বেশি ছিল তত ২৫-এর সাথে যোগ করেছি। এবার দেয়া সংখ্যাটি ৫০ থেকে যত কম তা ২৫ থেকে বিয়োগ করে হাতে থাকা অঙ্কটি যোগ করলেই পাব নির্ণেয় বর্গফলের প্রথম দুই অঙ্ক। উদাহরণ দিলে নিয়মটি স্পষ্ট হয়ে যাবে।

উদাহরণ-৪

ধরি, জানতে হবে ৪৮^২ = কত?
এখানে ৪৮ হচ্ছে ৫০ থেকে ২ কম।
এই ২-এর বর্গ ৪।
অতএব নির্ণেয় বর্গফলের ডানের দুই অঙ্ক হবে ০৪।
দেয়া ৪৮ হচ্ছে ৫০ থেকে ২ কম।
অতএব, নির্ণেয় বর্গফলের বামের অঙ্ক দুটি হবে ২৫- ২ = ২৩।
অতএব, ৪৮^২ = ২৩০৪।

উদাহরণ-৫

এবার জানব ৪৬^২ = কত?
এখানে ৪৬ হচ্ছে ৫০ থেকে ৪ কম।
এই ৪-এর বর্গ ১৬।
এই ১৬ হবে নির্ণেয় বর্গফলের ডানের দুই অঙ্ক।
হাতে থাকার মতো কোনো অঙ্ক নেই।
৪৬ হচ্ছে ৫০ থেকে ৪ কম।
অতএব নির্ণেয় বর্গফলের বামের দুই অঙ্ক হবে ২৫- ৪ = ২১।
অতএব নির্ণেয় বর্গফল বা ৪৬^২ = ২১১৬।
আশা করি, এখন ৩০ থেকে ৭০ পর্যন্ত সংখ্যার বর্গ দ্রুত বের করার নিয়মটা আয়ত্তে এসেছে। দুয়েকটা সংখ্যা নিয়ে নিজে নিজে করতে চেষ্টা করুন। নিয়মটা আরো ভালো করে আয়ত্তে আসবে।

গণিতদাদু