গণিতের অলিগলি

পর্ব : ৮৩

হিন্দু-আরবীয় সংখ্যা ব্যবস্থা

আজ আমরা যেকোনো সংখ্যা লিখতে ১০টি সংখ্যাচিহ্ন ব্যবহার করি : ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ ও ৯। এগুলো 'হিন্দু-অ্যারাবিক নিউমারেলস' বা সংখ্যাসূচক অঙ্ক হিসেবে স্বীকৃত। এই সংখ্যাসূচক অঙ্কগুলোর অস্তিত্ব ১২০২ সালের দিকে পশ্চিম ইউরোপেও ছিল, এমন তথ্য জেনে অনেকেই অবাক হবেন। তখন এই অঙ্কগুলো দেখা গেছে লিওনার্দো অব পিসা'র বই Leber abaci-তে। তিনি ফিবোনাক্কি নামেও পরিচিত। এই বণিক ব্যাপকভাবে মধ্যপ্রাচ্য সফর করেছিলেন। তিনি তার বইয়ের প্রথম অধ্যায়ে লিখেছেন : 'these are the nine figures of Indians 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. With these nine figures, and with the symbol 0, which in Arabic is called zephirum, any number can be written.

এই বইয়ের মাধ্যমে সংখ্যাসূচক এসব অঙ্কের ব্যবহার প্রথমবারের মতো ইউরোপে প্রকাশ পায়। এর আগে ইউরোপে ব্যবহার হতো রোমান বর্ণ। রোমান বর্ণ দিয়ে লেখা হতো নানা সংখ্যা। সে পদ্ধতিটি নিশ্চিতভাবেই ছিল অনেক জটিল। সহজেই অনুমেয়, রোমান হরফ ব্যবহার করে বড় বড় সংখ্যা লেখাটা কতই না কঠিন।

ফিবোনাক্কি (Fibonacci) ইসলামী জগতে শূন্য ছাড়া ৯, ৮, ৭, ৬, ৫, ৪, ৩, ২ ও ১ দিয়ে লেখা সংখ্যার গাণিতিক হিসাব-নিকাশের পদ্ধতি দেখে অভিভূত হয়েছিলেন। প্রথম দিকে ইসলামী দুনিয়ায় শূন্য ছাড়া সংখ্যাগুলো লেখা হতো। সে বইয়ে সেসব গাণিতিক হিসাব-নিকাশের উলে-খ আছে। এমনকি আজকের দিনে তা ব্যবহার হচ্ছে, তা সত্ত্বে এসব অঙ্ক সাধারণ পাটিগণিতে অনেক গোপন জাদুর জন্ম দিয়েছে। 'অ্যারিথমেটিক-চেকিং প্রসিডিউর' এমনি একটি জাদুর নাম।

অ্যারিথমেটিক-চেকিং প্রসিডিউর নিয়ে আলোচনার আগে আমরা দেখব কী করে একটি সংখ্যাকে ৯ দিয়ে ভাগ করলে যে ভাগশেষ থাকে, তা বের করা যায় 'Casting out nines' সিস্টেমে। ধরা যাক আমরা ৮৭৬৮-কে ৯ দিয়ে ভাগ করতে চাই। ভাগ করলে দেখা যাবে, ভাগফল ৯৭৪ এবং ভাগশেষ ২। এই ভাগশেষটি আমরা বের করতে পারব 'কাস্টিং আউট নাইনস' সিস্টেমে। এক্ষেত্রে অঙ্কগুলোর সমষ্টি থেকে প্রতিটি ৯-কে বের করে আনতে হবে ৮৭৬৮ নম্বর থেকে।

৮৭৬৮ : ৮ + ৭ + ৬ + ৮ = ২৯

২৯ : ২ + ৯ = ১১

১১ : ১ + ১ = ২

সবশেষে পেলাম ৯-এর চেয়ে ছোট সংখ্যা ২। আর ২ হচ্ছে আমাদের ভাগশেষ।

এবার এই গুণফলটি লক্ষ করুন : ৭৩৪ × ৮৭৯ = ৬৪৫১৮৬। আমরা এটি ভাগ করে চেক করতে পারি। কিন্তু এটি হবে কিছুটা দীর্ঘ কাজ। আমরা গুণনটি সঠিক কি না, তা দেখতে পারি 'কাস্টিং আউট নাইনস' সিস্টেমে। প্রতিটি উৎপাদক ও গুণফল নিন। এবং এগুলোর অঙ্কগুলো যোগ করুন। এবং যোগফল যতক্ষণ একটি একক অঙ্কে পরিণত না হয় ততক্ষণ অঙ্কগুলো যোগ করা চলিয়ে যান :

৭৩৪ : ৭ + ৩ + ৪ = ১৪; ১ + ৪ = ৫

৮৭৯ : ৮ + ৭ + ৯ = ২৪; ২ + ৪ = ৬

৬৪৫১৮৬ : ৬ + ৪ + ৫ + ১ + ৮ + ৬ = ৩০; ৩ + ০ = ৩

যেহেতু ৫ × ৬ = ৩০; যা থেকে কাস্টিং আউট নাইনস করে আমরা পাই ৩ (৩ + ০ = ৩), যা গুণফলের মতোই একই ফল দেয়; অতএব গুণফলটি সঠিক বলে আমরা ধরে নিতে পারি। বিষয়টি স্পষ্ট করার জন্য আমরা আরেকটি গুণ অঙ্ক সঠিক কি না, তা 'কাস্টিং আউট নাইনস' সিস্টেমে পরীক্ষা করে দেখব।

৫৬, ৫৮৯ × ৯৮৩, ৬৭৮ = ৫৫, ৬৬৫, ৩৫৪, ৩৪২

৫৬, ৫৮৯ : ৫ + ৬ + ৫ + ৮ + ৯ = ৩৩; ৩ + ৩ = ৬

৯৮৩, ৬৭৮ : ৯ + ৮ + ৩ + ৬ + ৭ + ৮ = ৪১; ৪ + ১ = ৫

৫৫, ৬৬৫, ৩৫৪, ৩৪২ = ৫ + ৫ + ৬ + ৬ + ৫ + ৩ + ৫ + ৪ + ৩ + ৪ + ২ = ৪৮; ৪ + ৮ = ১২ : ১ + ২ = ৩

এখন ৬ × ৫ = ৩০ = ৩ + ০ = ৩, যা গুণফল থেকে পাওয়া ৩-এর সমান। অতএব গুণনটি সঠিক হয়েছে।

এই একই পরিকল্পনা কাজে লাগিয়ে যোগফল ও ভাগফল সঠিক কি না তা পরীক্ষা করা যাবে শুধু যোগফল (অথবা ভাগফল) নিয়ে কাস্টিং আউট নাইনস পদ্ধতিতে। এক্ষেত্রে এসব ভাগশেষের যোগফল (অথবা ভাগফল) তুলনা করে তা করা যাবে। এগুলো সমান হবে যদি উত্তর সঠিক হয়।

সংখ্যা ৯-এর আরেকটি অস্বাভাবিক বৈশিষ্ট্য রয়েছে। এই পদ্ধতিটি ৯ দিয়ে ২ অঙ্কের বা তারচেয়ে বেশি অঙ্কের সংখ্যাকে গুণ করার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। ধরুন আমরা ৭৬, ৩৫৪-কে ৯ দিয়ে গুণ করতে চাই।

ধাপ-১ : ৭৬, ৩৫৪-এর এককের ঘরে অঙ্কটি ১০ থেকে বিয়োগ করুন; ১০-৪ = ৬

ধাপ-২ : ৭৬, ৩৫৪-এর বাকি অঙ্কগুলো ৯ থেকে বিয়োগ করুন। এবং বিয়োগফল যোগ করুন আগের অঙ্কের সাথে। যোগফল ২ অঙ্কের হলে তার ডানের অঙ্ক রেখে বামেরটি বাদ দিন।

৯ - ৫ = ৪; ৪ + ৪ = ৮

৯ - ৩ = ৬; ৬ + ৫ = ১১, রইল ডানের ১

৯ - ৬ = ৩; ৩ + ৩ = ৬

৯ - ৭ = ২; ২ + ৬ = ৮

ধাপ-৩ : ৭৬, ৩৫৪-এর সবচেয়ে বামের অঙ্ক থেকে ১ বাদ দিন :

৭ - ১ = ৬

ধাপ-৪ : উপরে পাওয়া ফলগুলো উল্টো করে সাজিয়ে নিলেই আমরা গুণফলটি পেয়ে যাব : ৬৮৬, ১৮৬।

গণিতের এ ধরনের মজার বিষয়টি আরবদের উদ্ভাবিত। এগুলো ইউরোপের মানুষকে প্রথম জানান ফিবোনাক্কি। এই সুযোগে আসুন ফিবোনাক্কি সম্পর্কে কিছু জেনে নিই। তার জন্ম ১১৭০ খ্রিস্টাব্দে। মৃত্যু ১২৫০ খ্রিস্টাব্দে। নানা নামে তিনি পরিচিত ছিলেন : Leonardo Pisano, Leonardo of Pisa, Leonardo Pisano Bigollo, Leonardo Bonacci, Leonardo Fibonacci। তবে সংক্ষিপ্ত 'ফিবোনাক্কি' নামেই তিনি সবচেয়ে বেশি পরিচিত। তিনি ছিলেন ইতালীয় গণিতবিদ। অনেকে তাকে মধ্যযুগের পাশ্চাত্যের সবচেয়ে মেধাবী গণিতবিদ বলেই মনে করেন। তার একটি বড় পরিচয় তিনিই ইউরোপে 'হিন্দু-অ্যারাবিক নিউমারেলস' ছড়িয়ে দিয়েছিলেন। প্রাথমিকভাবে তিনি এ কাজটি করেন তার লেখা বই Leber Abaci (Book of Calculation) প্রকাশের মধ্য দিয়ে। তাছাড়া 'ফিবোনাক্কি নাম্বার্স' নামের একটি সংখ্যাধারা সৃষ্টির জন্যও তিনি সুপরিচিত।

তার জন্ম গুগলিয়েলমো বোনাক্কি নামে এক ইতালীয় ধনী বণিকের ঘরে। ছোটবেলায় বাবার সাথে সফর করেছেন উত্তর আফ্রিকায়। বর্তমানের আলজেরিয়ায়। সেখানেই তিনি জানতে পারেন হিন্দু-আরবীয় সংখ্যা ব্যবস্থা সম্পর্কে। ফিবোনাক্কি রোমান সম্রাট দ্বিতীয় ফ্রেডারিকের সুযোগ্য অতিথি হতে পেরেছিলেন। এ সম্রাটও ছিলেন বিজ্ঞান ও গণিতপ্রেমী। ১২৪০ খ্রিস্টাব্দে পিসা প্রজাতন্ত্র ফিবোনাক্কিকে আখ্যায়িত করে Leonardo Bigollo নামে এবং তার জন্য বেতনের ব্যবস্থা করে।

তার উল্লি-খিত বইয়ে ফিবোনাক্কি উপস্থাপন করেন তথাকথিত modus ikudorum (method of the Indians), যা আজকে সুপরিচিত 'অ্যারাবিক নিউমারেলস' নামে। এই বইয়ে সংখ্যা লেখায় ০-৯ পর্যন্ত দশটি অঙ্ক ও এগুলোর স্থানিক মান ব্যবহার করতে জোর প্রচার চালান। তিনি এই বইয়ে সংখ্যা লেখার এই নতুন ব্যবস্থার বাস্তব গুরুত্ব তুলে ধরেন। এক্ষেত্রে তিনি ব্যবহার করেন Lattice multiplication এবং Egyptian factions। তিনি এর প্রয়োগ করেন কমার্শিয়াল বুককিপিংয়ে; গুজন ও পরিমাপ এককাকরে, সুদ-কষায়, মুদ্রা-বিনিময়ে ও অন্যান্য প্রয়োগে। তার উদ্ভাবিত ফিবোনাক্কি সংখ্যাধারাটি হচ্ছে : ০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪, ৫৫, ৪৯, ১৪৪, ২৩৩, ...। এখানে প্রতিটি পদ আগের দুইটি পদের সমষ্টি। এর অনেক মজার মজার গুণ রয়েছে। তা পরে জানাবার প্রত্যাশা রইল

গণিতদাদু