

গণিতের অলিগনি

Googol & Googolplex

Googol (গুগল) শব্দটির সাথে আমরা খুবই পরিচিত। ইন্টারনেটে
ব্যবহারকারীরা সবাই জানি এ Googol হচ্ছে একটি সার্চ ইঞ্জিন। কিন্তু
Googol (গুগল) শব্দটির সাথে আমাদের অনেকেরই পরিচয় নেই।
লক্ষণীয়, এ শব্দ দুটির উচ্চারণ প্রায় একই হলেও বানানে পার্থক্য রয়েছে।
সেই সাথে শব্দ দুটির অর্থও আলাদা। আগেই বলা হয়েছে Googol হচ্ছে
একটি সার্চ ইঞ্জিন। এখন জানত্ব, Googol হচ্ছে একটি সংখ্যা। আরও খুলে
বললে বলতে হয় Googol হচ্ছে অতি বড় একটি সংখ্যা। তেমনি
Googolplex (গুগলপ্লেক্স) হচ্ছে তার চেয়েও অতি বড় আরেকটি সংখ্যা।
এগুলো কত বড় সংখ্যা তাই এখানে জানব।

আমরা জানি, ১-এর ডানে একটি শূন্য (০) বসালে হয় দশ। আর ১-এর ডানে দুটি শূন্য বসালে হয় একশ'। তেমনই ১-এর ডানে তিনটি শূন্য বসালে হয় হাজার। এভাবে ১-এর ডানে আরও বেশি সংখ্যায় শূন্য বসিয়ে
বড় বড় সংখ্যা তৈরি করতে পারি, যেগুলোর রয়েছে এক-একটি সুনির্দিষ্ট
নাম— আমাদের ভাষায় লাখ, কোটি, অযুত, নিযুত এবং ইংরেজিতে
মিলিয়ন, বিলিয়ন, ট্রিলিয়ন, ... ইত্যাদি। এখন প্রশ্ন হচ্ছে, ১-এর ডানে
একশ'টি শূন্য বসালে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায়, সে সংখ্যাটির নাম কী? সে
সংখ্যাটিরই নাম Google। দেয়া হয়েছে। তাহলে-

1 googol = 1,0000000000,0000000000,0000000000,
0000000000,0000000000,0000000000,0000000000,0
000000000,0000000000.

এ নামটি প্রথম চালু করেন আমেরিকান গণিতবিদ এডওয়ার্ড কেসনারের
৯ বছর বয়েসী ভাইপো মিল্টন সিরোটা, সেই ১৯৩৮ সালে। এডওয়ার্ড
কেসনার এই ধারণাটিকে জনপ্রিয় করে তোলেন ১৯৪০ সালে প্রকাশিত তার
বই ‘ম্যাথেমেটিক্স অ্যান্ড দ্য ইমাজিনেশন’-এর মাধ্যমে। এই সংখ্যাটির
আরও অনেক নাম রয়েছে :

ten duotrigintillion (on short scale)

ten sexdecillion (on long scale), or

ten sexdecilliard (on peletier long scale).

১০-এর ঘাত বা power of ten আকারের বড় বড় পূর্ণ সংখ্যাকে নাম দেয়ার নানা পদ্ধতি রয়েছে। শর্ট ক্লেভ ও লং ক্লেভ এসব নানা পদ্ধতিরই দুটি পদ্ধতি। পেলেটিয়ার লং ক্লেভ ও তেমনই একটি পদ্ধতি।

গণিতে এই গুগল নামারের তেমন কোনো গুরুত্ব নেই, তবে বড় বড় সংখ্যার সাথে তুলনা করতে এর ব্যবহার আছে। যেমন দৃশ্যমান ও পর্যবেক্ষণযোগ্য মহাবিশ্বে সাব-অ্যাটোমিক পার্টিকলের নামারের সাথে তুলনা করতে কিংবা চেস গেমের সভাব্য প্রকল্পিত সংখ্যার সাথে তুলনা করতে এর ব্যবহার আছে। এডওয়ার্ড কেসনার এই সংখ্যাটি ব্যবহার করেছেন একটি অকল্পনীয় বড় সংখ্যা ও ইনফিনিটির মধ্যে পার্থক্য বোঝাতে। গুগল যত বড়ই হোক, এটি একটি সসীম সংখ্যা। আর ইনফিনিটি একটি অসীম সংখ্যা। এ প্রেক্ষপটে এই গুগল সংখ্যাটি মাঝেমধ্যে ব্যবহার হয় গণিত পড়ানোর কাজে।

১ শুল্কসংখ্যাটির মান মোটামুটি ফ্যাক্টরিয়েল 70 -এর সমান। সোজা কথায়—
 1 শুল্ক $= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 68 \times 69 \times 66 \times 67 \times 68 \times 69 \times 70$ ।

তাহে আমরা জানলাম ১-এর ডানে একশটি শূন্য দিলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, সেটই হচ্ছে গুগল। এবার জানব, তার চেয়েও অনেক অনেক বড় সংখ্যা গুগলপ্লেস্ট্রের কথা। ১-এর ডানে গুগলসংখ্যক শূন্য বসলে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায়, তারই নাম গুগলপ্লেস্ট্র। এই সংখ্যাটি যে কত বড়, তা একটি বর্ণনা দেখে অনুমেয়। কার্ল সাগানের নামটি বিজ্ঞানপ্রেমী মানুষের প্রায় সবার কাছেই কমবেশি পরিচিত। টেলিভিশনে তিনি বিজ্ঞান, বিশেষ করে জ্যোতির্বিজ্ঞানের নাম বিষয় নিয়ে আকর্ষণীয় অনুষ্ঠান করেছেন। জ্যোতির্বিজ্ঞানী ও টেলিভিশন
ব্যক্তিত্ব কার্ল সাগানের ধারাবাহিক অনুষ্ঠান ‘কসমস’ : যা পার্সেন্যাল ভর্যেজ এবং ‘দ্য লাইভস অব স্টারস’ আমাদের বাংলাদেশের টেলিভিশনেও সন্তুরের দশকে সম্প্রচারিত হয়েছে। এগুলো বেশ জনপ্রিয় ছিল। সে যাই হোক, কার্ল সাগান বলেছেন— গুগলপ্লেস্ট্র সংখ্যাটি ১-এর পর শুন্যগুলো পরপর বসিয়ে (১,০০০০০০০০০... আকারে) ভৌতভাবে লেখা কার্যত অসম্ভব এক ব্যাপার।

କାରଣ, ତା ଲିଖିତେ ଆମାଦେର ମହାବିଶ୍ୱେର ସବ ଥ୍ରାନ୍ଟୁକୁ ଭରେ ଶୂନ୍ୟ ଲିଖିଲେଓ ସେ ଲେଖା ଶୈଶ ହବେ ନା ।

আমৰা সাধাৰণত যে ধৰনেৰ বই ছাপি, সাধাৰণত সে ধৰনেৰ একটি বইয়েৰ প্রতি পাতায় ৫০টি লাইন যদি থাকে, তবে ১০০০০০০টি শূন্য পাশাপাশি বসিয়ে ছাপতে ৮০০ পৃষ্ঠাৰ একটি বইয়েৰ প্ৰয়োজন হবে, যেখানে প্রতি লাইনে থাকবে ৫০টি কৱে শৰ্য। তবে এক গুণলগ্নেৰ সবগুলো জিৱো ছাপালে এ ধৰনেৰ ১০৯৪টি বই ছাপতে হবে। প্ৰতিটি বইয়েৰ আকাৰ যদি হয় ২১০ মিমি \times ২৯৭ মিমি \times ১৩ মিমি, তবে সবগুলো বই জায়গা দখল কৱবে 8.1×10^{90} ঘনমিটাৰ, যা আমাদেৰ দৃশ্যমান মহাবিশ্বেৰ আয়তন মাত্ৰ 8×10^{80} ঘনমিটাৰ।

আমাদের পর্যবেক্ষণযোগ্য মহাবিশ্বের 10^{80} টি পার্টিকলের সবগুলো পার্টিকল যদি এক-এক করে ব্যবহার করা হয় গুগলপ্লেক্সের শূন্যগুলো প্রকাশ করার জন্য, তবুও তা দিয়ে গুগলপ্লেক্সের পুরো শূন্যগুলো প্রকাশ করা যাবে না। লাইন ধরে বসিয়ে গুগলপ্লেক্স সংখ্যাটি লিখা বা লিখে ছাপানোর চেষ্টা করাও হবে একটি বোকামি। এমনকি ১ পয়েন্ট আকারের মতো ছেট টাইপে যদি এই সংখ্যার প্রতিটি অঙ্ক লেখা হয়, তবে প্রতিটি অঙ্কের জন্য জায়গা লাগবে 0.353 মিমি। এই ১ পয়েন্টের টাইপে 10^{80} টি গুগলপ্লেক্স সংখ্যাটি এক লাইনে লিখলে এই লাইন হবে 3.57×10^{19} মিটার। আমাদের দৃশ্যমান বা পর্যবেক্ষণযোগ্য মহাবিশ্বের ব্যাস মাত্র 8.8×10^{26} মিটার বা 93 বিলিয়ন (শতকোটি) আলোকবর্ষ। গুগলপ্লেক্সের সবগুলো জিরো বসিয়ে লিখলে লাইনের দৈর্ঘ্য হবে আমাদের দৃশ্যমান মহাবিশ্বের এই ব্যাসের চেয়ে 8×10^{70} গুণ বড়। আর এই গুগলপ্লেক্স সংখ্যা লিখতে একজনের সময়ও লাগবে প্রচুর। একজন যদি সেকেন্ডে দু'টি অঙ্ক লেখেন, তবে গুগলপ্লেক্স সংখ্যাটি লিখতে তার সময় লাগবে 1.51×10^{29} বছর, যা মহাবিশ্বের ব্যাসের 1.1×10^{82} গুণ।

একটি প্ল্যাক স্পেসের আয়তন হচ্ছে ‘প্ল্যাক দৈর্ঘ্য × প্ল্যাক দৈর্ঘ্য × প্ল্যাক দৈর্ঘ্য’। আর $১ \text{ প্ল্যাক দৈর্ঘ্য} = ১.৬১৬১৯৮(৯৭) \times ১০^{-৩০}$ মিটার। তাহলে একটি প্ল্যাক স্পেসের আয়তন = মোটামুটি ৪.২২×১০^{-১০৫} ঘনমিটার = ৪.২২×১০^{-১৯} ঘন সেন্টিমিটার, যা সবচেয়ে ছেট মাপনযোগ্য আয়তন।

২.৩ ঘন সেন্টিমিটার মোটামুটিভাবে ধারণ করে এক গুগুল প্ল্যাক স্পেস। আমাদের পর্যবেক্ষণযোগ্য মহাবিশ্বের আয়তন মাত্র ৪×১০^{৮০} ঘনমিটার। এর অপর অর্থ পুরো পর্যবেক্ষণযোগ্য মহাবিশ্বে রয়েছে ৯.৫×১০^{১৮} প্ল্যাক স্পেস। অতএব, পর্যবেক্ষণযোগ্য মহাবিশ্বের প্ল্যাক স্পেসের সংখ্যা রয়েছে গুগুলপুরুশ আরও অনেক বেশি বড় সংখ্যা।

বিশুদ্ধ গণিতে বড় বড় সংখ্যাটি প্রকাশ করার বেশ কিছু প্রতীক ব্যবহার পদ্ধতি (নোটেশনাল মেথড) রয়েছে। সেসব পদ্ধতি ব্যবহার করেও গুগলপ্লেই সংখ্যাটি প্রকাশ করা যায়। যেমন : tetration, Knuth's up-arrow notation, Steinhaus-Moser notation, or Conway chained arrow notation। বড় বড় সংখ্যা লেখার এই লিখন পদ্ধতি সম্পর্কে সময় ও স্বয়ংগ্রহণে আরেকটি লেখায় তলে ধ্রুব চেষ্টা করব।

আমাদের এই ভোত দুনিয়ায় পর্যবেক্ষণযোগ্য মহাবিশ্বে যতসংখ্যক হাইড্রোজেন অ্যাটম রয়েছে, সে সংখ্যার চেয়েও বড় হচ্ছে গুগল সংখ্যাটি। মোটামুটি অনুমতি হিসাব মতে, আমাদের পর্যবেক্ষণযোগ্য মহাবিশ্বে হাইড্রোজেন অ্যাটমের সংখ্যা ধৰা হ্যাঁ ১০^{৮৯} থেকে ১০^{৮১}-এর মধ্যে। এক গুগল আবার বিগব্যাঃ পরবর্তী সময়ে অতিবাহিত ‘প্ল্যান্ক টাইমের’ সংখ্যার চেয়ে 8×10^{60} গুণ বড়। উল্লেখ্য, প্ল্যান্ক টাইম হচ্ছে পদার্থবিজ্ঞানের সময়ের একটি একক। এটি হচ্ছে সেই সময়, যা হলো একটি পদার্থহীন ভাকুয়াম বা শূন্যগৰ্ভ মাধ্যমে এক Planck Length অতিক্রম করে, আর এই প্ল্যান্ক দৈর্ঘ্যের পরিমাণ হচ্ছে $1.616199(97) \times 10^{-35}$ মিটার। ফুটের তিসাবে $3.16227766016837945 \times 10^{-38}$ ফুট।

এ তো পেল গুগল সংখ্যাটির কথা । গুগলপ্লেয়ের সংখ্যাটি তো আরও অনেক অনেক বড় । অতএব আমাদের ভোট দুনিয়ায় গুগলপ্লেয়ের সংখ্যার মতো মহাবড় সংখ্যার সাথে তুলনা করার মতো কোনো সংখ্যার উদাহরণ খুঁজে বের করা বড়ই মুশকিল । বলা হয়, প্রোটেন ক্ষয় ব্যতিরেকে বিগ ফ্রিজের মাধ্যমে এ মহাবিশ্ব শেষ হতে আরও সময় লাগবে ১০১০৭৫ বছর । এই বছর সংখ্যাও গুগলপ্লেয়ের সংখ্যার সাথে তুলনার জন্য যথেষ্ট নয় ।

ଶୁଣି ଓ ଶୁଣିଲେଖିରେ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଟି ଯେ କତ ବୟୟ, ତା ବୈଜ୍ଞାନିକର ଜନ୍ୟ ଭୋତ୍ରୁନିଆର ଏମନି ଏଥାରି କରେକଟି ଉଦାହରଣ ହେତୁ ଟାନା ଯାବେ, ତବେ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦେଇଯା ଉଦାହରଣଗୁଲୋ ଥେବେ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଟିର ବିଶାଳତ୍ତ୍ଵ ପାଠକଙ୍କରା ନିଶ୍ଚଯ ଆନ୍ଦାଜ-ଅନମାନ କରିବେ ପେରେଛେବେ ବଲେଇ ମନେ ହେଁ ।