

গণিতের অলিগলি

পর্ব : ১৭৪

দ্রুত ঘনমূল বা কিউব রুট নির্ণয়ের কৌশল

আমরা জানি, একটি সংখ্যাকে তিনবার পাশাপাশি বসিয়ে এগুলোর গুণফল বের করলে যে গুণফল পাওয়া যায়, তা হচ্ছে ওই সংখ্যার কিউব বা ঘনফল। যেমন ৩-এর ঘনফল হচ্ছে ২৭।

কারণ, $২৭ = ৩ \times ৩ \times ৩$ । অপরদিকে ঘনমূল বা কিউব রুট হচ্ছে ঘনফল বা কিউবের উল্টো। এখানে ৩-এর ঘনফল বা কিউব ২৭, আর ২৭-এর ঘনমূল বা কিউব রুট ৩। একইভাবে ৫-এর ঘনফল বা কিউব হচ্ছে ১২৫, এবং ৫ হচ্ছে ১২৫-এর ঘনমূল বা কিউব রুট। কারণ, $১২৫ = ৫ \times ৫ \times ৫$ । তেমনি ১০০০ হচ্ছে ১০-এর ঘনফল, এবং বিপরীতক্রমে ১০ হচ্ছে ১০০০-এর ঘনমূল। কারণ, $১০০০ = ১০ \times ১০ \times ১০$ । আশা করি, ঘনফল বা কিউব এবং ঘনমূল বা কিউব রুটের ধারণাটি স্পষ্ট হয়েছে।

আমরা স্কুলের গণিতে কোনো সংখ্যার ঘনফল বা ঘনমূল বের করার পদ্ধতির সাথে পরিচিত হয়েছি। এখানে আজ আমরা কোনো সংখ্যার ঘনমূল কোনো খাতা-কলম বা ক্যালকুলেটর ছাড়া কী করে অতি দ্রুত মনে মনে বের করা যায়, তারই একটি কৌশল শিখব। এজন্য প্রথমেই আমাদের মনে রাখতে হবে ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যার ঘনফল বা কিউব কত?

$$১-এর ঘনফল = ১ \times ১ \times ১ = ১$$

$$২-এর ঘনফল = ২ \times ২ \times ২ = ৮$$

$$৩-এর ঘনফল = ৩ \times ৩ \times ৩ = ২৭$$

$$৪-এর ঘনফল = ৪ \times ৪ \times ৪ = ৬৪$$

$$৫-এর ঘনফল = ৫ \times ৫ \times ৫ = ১২৫$$

$$৬-এর ঘনফল = ৬ \times ৬ \times ৬ = ২১৬$$

$$৭-এর ঘনফল = ৭ \times ৭ \times ৭ = ৩৪৩$$

$$৮-এর ঘনফল = ৮ \times ৮ \times ৮ = ৫১২$$

$$৯-এর ঘনফল = ৯ \times ৯ \times ৯ = ৭২৯$$

$$১০-এর ঘনফল = ১০ \times ১০ \times ১০ = ১০০০$$

এই দশটি সংখ্যার ঘনফলগুলো আমরা সহজেই মনে রাখতে পারব। এরপর মনে রাখতে হবে প্রতিটি ঘনফল সংখ্যার শেষ অঙ্কটি কত।

লক্ষণীয়, ২-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ৮, আর ৮-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ২। একইভাবে ৩-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ৭, আর ৭-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ৩। তাহলে আমরা দেখছি, এ ক্ষেত্রে ২ ও ৮-এর মধ্যে এবং ৩ ও ৭-এর মধ্যে একটা সম্পর্ক রয়েছে। এই সম্পর্কটা মনে রাখলে আমরা সহজেই মনে রাখতে পারব উপরের চারটি সংখ্যা ২, ৩, ৭ ও ৮-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক কত। তাহলে দশটি সংখ্যার মধ্যে বাকি থাকে অবশিষ্ট ছয়টি সংখ্যা, অর্থাৎ ১, ৪, ৫, ৬, ৯ ও ১০-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক কত, তা জানা। এগুলো মনে রাখা আরো সহজ। কারণ, এর মধ্যে পাঁচটি সংখ্যার ঘনফলের শেষ অঙ্ক নিজ নিজ সংখ্যার অনুরূপই। যেমন : ১-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ১; ৪-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ৮; ৫-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ৫; ৬-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ৬; এবং ৯-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ৯। তা ছাড়া অবশিষ্ট ১০-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক ০।

তাহলে এই ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যার ঘনফল এবং এসব ঘনফলের কোনটির শেষ অঙ্ক কত তা জানা হয়ে গেলেই আমরা সর্বাধিক ছয় অঙ্কের সংখ্যার ঘনমূল বা কিউব রুট দ্রুত বের করতে পারব।

ধরা যাক, আমরা জানতে চাই :

$$৩৯,৩০৪-এর ঘনমূল = কত?$$

এটি একটি পাঁচ অঙ্কের সংখ্যা। এ ক্ষেত্রে আমরা প্রথমেই প্রদত্ত সংখ্যা থেকেই পেতে পারি নির্ণয় ঘনফলের শেষ অঙ্কটি কত হবে। প্রদত্ত সংখ্যার শেষ অঙ্ক ৪। আর এই ৪ হচ্ছে ৪-এর ঘনফলের শেষ অঙ্ক। অতএব প্রদত্ত সংখ্যার নির্ণয় ঘনমূলের শেষ অঙ্কটি হচ্ছে ৪।

এবার আমাদের জানতে হবে এই ৪-এর আগে কত বসবে। এবার আমাদের ভাবতে হবে প্রদত্ত সংখ্যার শেষ তিনটি অঙ্ক অর্থাৎ ৩০৪ মুছে দিলে বাকি থাকা ৩৯ সংখ্যা নিয়ে। এখন দেখতে হবে এই ৩৯ সংখ্যাটি ১ থেকে ১০ পর্যন্ত দশটি সংখ্যার মধ্যে কোনটির ঘনফলের কাছাকাছি, তবে ওই কাছাকাছি সংখ্যাটি যেন এই ৩৯-এর চেয়ে বড় না হয়। এ ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাই ৩৯-এর কাছাকাছি সেই সংখ্যাটি হচ্ছে ৩-এর ঘনফল ২৭, আর ২৭ সংখ্যাটি ৩৯-এর চেয়ে ছোট। অতএব আমাদের নির্ণয় ঘনমূলের আগে প্রথমে বসবে ৩, কারণ ৩ হচ্ছে ২৭-এর ঘনমূল। অতএব ৩৯,৩০৪-এর ঘনমূল হচ্ছে ৩৪।

এবার আমরা জানব : $৬৩৬,০৫৬-এর ঘনমূল = কত?$

এটি একটি ছয় অঙ্কের সংখ্যা। এ ক্ষেত্রে প্রদত্ত সংখ্যাটির শেষ অঙ্ক ৬। আর এই ৬ হচ্ছে ২১৬-এর শেষ অঙ্ক, যা ৬-এর ঘনফল। অতএব ৬ হবে নির্ণয় ঘনফলের শেষ অঙ্ক।

আবার প্রদত্ত সংখ্যা ৬৩৬,০৫৬-এর সবশেষ তিনটি অঙ্ক মুছে দিলে থাকে ৬৩৬। এই ৬৩৬-এর চেয়ে ছোট কাছাকাছি পূর্ণ ঘনফল সংখ্যা হচ্ছে ৫১২, যা ৮-এর ঘনফল। অতএব নির্ণয় ঘনমূলের প্রথমে বসবে ৮। এর আগে আমরা দেখেছি নির্ণয় ঘনমূলের শেষ অঙ্ক হচ্ছে ৬। অতএব ৬৩৬,০৫৬-এর ঘনমূল হচ্ছে ৮৬।

এবার দেখা যাক : $১৮৫,১৯৩-এর ঘনমূল = কত?$

এটিও একটি ছয় অঙ্কের সংখ্যা। এখানে প্রদত্ত সংখ্যার সর্বশেষ অঙ্ক ৩। আর এই ৩ হচ্ছে ৭-এর ঘনফল ৩৪৩-এর শেষ অঙ্ক। অতএব নির্ণয় ঘনফলের সবশেষ অঙ্কটি হবে ৭।

এখন প্রদত্ত সংখ্যার শেষ তিনটি অঙ্ক ১৯৩ মুছে দিলে বাকি থাকে ১৮৫। আর এই ১৮৫-এর চেয়ে ছোট ও কাছাকাছি পূর্ণ ঘনফল সংখ্যা ১২৫ হচ্ছে ৫-এর ঘনফল। অতএব নির্ণয় ঘনমূলের প্রথমে বসবে ৫। অতএব ১৮৫,১৯৩-এর ঘনমূল = ৫৭।

এই নিয়মে আমরা সর্বাধিক ছয় অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার ঘনমূল বের করতে পারব। তবে ৭ অঙ্কের সংখ্যার ঘনমূল বের করতে হলে আমাদের মনে রাখতে হবে ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যার ঘনফল জানার পাশাপাশি ১১ থেকে ২০ পর্যন্ত সংখ্যার ঘনফলও মনে রাখতে হবে। যেমন : আমাদের মনে রাখতে হবে : ১১-এর ঘনফল ১৩৩১; ১২-এর ঘনফল ১৭২৮; ১৩-এর ঘনফল ২১১৯; ১৪-এর ঘনফল ২৭৪৪; ১৫-এর ঘনফল ৩৩৭৫; ১৬-এর ঘনফল ৪০৯৬; ১৭-এর ঘনফল ৪৯১৩; ১৮-এর ঘনফল ৬০৯১২; ১৯-এর ঘনফল ৬৮৫৯ এবং ২০-এর ঘনফল ৮০০০। এগুলো জানা থাকলে আমরা একইভাবে সাত অঙ্কের সংখ্যার ঘনমূলও বের করতে পারব আগের একই কৌশল ব্যবহার করে। একটি উদাহরণ দিলে বিষয়টি স্পষ্ট হবে।

যেমন আরা জানতে চাই : $১৯৫৩১২৫-এর ঘনমূল = কত?$

এটি একটি সাত অঙ্কের সংখ্যা। এর শেষ অঙ্ক ৫। আর ৫ হচ্ছে ১২৫-এর শেষ অঙ্ক, যা ৫-এর ঘনফল। অতএব নির্ণয় ঘনমূলের শেষ অঙ্ক হবে ৫।

এখন প্রদত্ত সংখ্যার শেষ তিন অঙ্ক ১২৫ মুছে দিলে বাকি থাকে ১৯৫৩। এই সংখ্যাটির চেয়ে ছোট ও কাছাকাছি পূর্ণ ঘনফল সংখ্যা ১৭২৮, যা ১২-এর ঘনফলের সমান। অতএব নির্ণয় ঘনফলের প্রথমে বসবে ১২। আগে জেনেছি নির্ণয় ঘনমূলের শেষ অঙ্ক ৫। অতএব ১৯৫৩১২৫-এর ঘনমূল ১২৫।

আশা করি দ্রুত ঘনমূল নির্ণয়ের কৌশলটি বুঝতে অসুবিধা হয়নি। তবে নতুন নতুন উদাহরণ নিয়ে অনুশীলনের পরামর্শ রইল। কারণ, অনুশীলনই বোধশক্তিকে পরিপূর্ণ করে তোলে।

গণিতদাদু