

গণিতের অলিগলি

পর্ব : ১৭৬

কোনো সংখ্যার পঞ্চমূল বা ফিফথ রুট বের করা

৩২ সংখ্যাটির পঞ্চমূল হচ্ছে ২। কারণ, ২-কে পাশাপাশি পাঁচবার বসিয়ে গুণ করলে আমরা ৩২ সংখ্যাটি পাই। যেমন, $৩২ = ২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ২ = ৩২$ । একইভাবে ১০২৪-এর পঞ্চমূল হচ্ছে ৪। কারণ, $১০২৪ = ৪ \times ৪ \times ৪ \times ৪ \times ৪$ । ইংরেজিতে পঞ্চমূলকে বলা হয় ‘ফিফথ রুট’। অপরদিকে ‘পঞ্চঘাত’ বা ‘ফিফথ পাওয়ার’ হচ্ছে ‘পঞ্চঘাত’ বা ‘ফিফথ পাওয়ার’-এর বিপরীত প্রক্রিয়া যেমন ওপরের উদাহরণ থেকে ২-এর পঞ্চঘাত বা ফিফথ পাওয়ার $২^৫ = ৩২$ এবং ৪-এর পঞ্চঘাত বা ফিফথ পাওয়ার $৪^৫ = ১০২৪$ । আশা করি, কোনো সংখ্যার ‘পঞ্চঘাত’ বা ‘ফিফথ পাওয়ার’ এবং ‘পঞ্চমূল’ বা ‘ফিফথ রুট’ বিষয়টি সম্পর্কে ধারণা স্পষ্ট হয়েছে।

অনেক বড় বড় সংখ্যার এই পঞ্চমূল বা ফিফথ রুট কী করে দ্রুত বের করা যায় তারই সংক্ষিপ্ত একটি নিয়ম আজ আমরা এখানে জানব। এ জন্য আমাদের প্রথমেই মনে রাখতে হবে ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর পঞ্চঘাত বা ফিফথ পাওয়ার কত? আগের দেয়া উদাহরণ থেকে সহজেই জেনে নিয়েছি : ২-এর পঞ্চঘাত বা ফিফথ পাওয়ার $২^৫ = ২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ২ = ৩২$ । এই একইভাবে ৪-এর ফিফথ পাওয়ার $৪^৫ = ৪ \times ৪ \times ৪ \times ৪ \times ৪ = ১০২৪$ । এভাবে আমরা যদি ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর ফিফথ পাওয়ার বের করি, তবে ফিফথ পাওয়ারের চার্ট বা তালিকাটি দাঁড়ায় এমন :

$১^৫ = ১$
$২^৫ = ৩২$
$৩^৫ = ২৪৫$
$৪^৫ = ১০২৪$
$৫^৫ = ৩১২৫$
$৬^৫ = ৭৭৭৬$
$৭^৫ = ১৬৮০৭$
$৮^৫ = ৩২৭৬৮$
$৯^৫ = ৫৯০৪৯$
$১০^৫ = ১০০০০০$

দ্রুত মনে মনে ফিফথ রুট বা পঞ্চমূল বের করতে চাইলে উপরের চার্টটি মুখস্থ রাখতে হবে। আর এটি মনে রাখা খুব একটা কঠিন ব্যাপার নয়। এই চার্ট মনে রাখতে পারলে আমরা সর্বোচ্চ দশ অঙ্কের সংখ্যার পঞ্চমূল বা ফিফথ রুট মনে মনে দ্রুত বলে দিতে পারব। এ জন্য খাতা-কলম বা ক্যালকুলেটর এসব কিছুই ব্যবহার করতে হবে না। তবে দেয়া সংখ্যাটি অবশ্যই পূর্ণ পঞ্চঘাত সংখ্যা বা ফিফথ পাওয়ার নাম্বার হতে হবে। অর্থাৎ প্রদত্ত সংখ্যাটির ফিফথ রুট হতে হবে একটি পূর্ণসংখ্যা।

প্রথমেই আমাদের মনে রাখতে হবে, সর্বোচ্চ দশ অঙ্কের যে কোনো সংখ্যার ফিফথ রুট ১০০-এর চেয়ে বেশি হবে না। এর অর্থ এসব সংখ্যার ফিফথ রুট হবে দুই অঙ্কের। তাহলে এই দুটি অঙ্ক বের করার নিয়মটিই এখানে জানতে হবে।

মজার ব্যাপার হলো এখানে সব সময় দুই অঙ্কের ফিফথ রুটের শেষ অঙ্কটি হবে প্রদত্ত সংখ্যার শেষ অঙ্কটিই। অতএব সহজেই আমরা শেষ অঙ্কটি তাৎক্ষণিকভাবে জেনে যেতে পারি।

এরপর প্রথম অঙ্কটি কত, তা জানতে আমরা সাহায্য নেব উপরের চার্টটির। সেই চার্ট থেকেই পেয়ে যাব প্রথম অঙ্কটি। তাহলেই আমাদের ফিফথ রুট জানা হয়ে যাবে। কয়েকটি উদাহরণ থেকে ফিফথ রুট বের করার কৌশলটি জানব।

উদাহরণ : ০১

প্রথমেই ধরা যাক, আমাদের জানতে হবে ১৪৩৪৮৯০৭-এর ফিফথ রুট কত?

প্রশ্নটি করা মাত্র আমি বাটপট বলে দিলাম প্রদত্ত সংখ্যাটির ফিফথ রুট হচ্ছে ২৭। কী করে বললাম?

লক্ষ করি, প্রদত্ত সংখ্যা ১৪৩৪৮৯০৭-এর শেষ অঙ্কটি ৭। অতএব সংখ্যাটির ফিফথ রুটের শেষ অঙ্কটিও হবে ৭।

এবার প্রথম অঙ্কটি যে ২ হবে তা কী করে জানলাম? এজন্য আমি প্রদত্ত সংখ্যা ১৪৩৪৮৯০৭ থেকে এর ডানপাশের পাঁচটি অঙ্ক মন থেকে মুছে ফেলি। তাহলে বাকি থাকে ১৪৩। উপরের ফিফথ পাওয়ারের চার্টে দেখতে পাই এই ১৪৩ সংখ্যাটি ২-এর পঞ্চঘাত সংখ্যা ৩২ এবং ৩-এর পঞ্চঘাত সংখ্যা ২৪৫-এর মধ্যবর্তী স্থানে রয়েছে। তাই এখানে নির্ণেয় ফিফথ রুটের প্রথম অঙ্কটি হবে ২ ও ৩-এর মধ্যে ছোটটি অর্থাৎ ২। তাহলে পেয়ে গেলাম আমাদের নির্ণেয় ফিফথ রুটের প্রথম অঙ্কটি ২। অতএব প্রদত্ত সংখ্যাটির ফিফথ রুট হচ্ছে ২৭।

উদাহরণ : ০২

জানতে হবে ১৩৫০১২৫১০৭ সংখ্যাটির ফিফথ রুট কত?

এখানে প্রদত্ত সংখ্যার শেষ অঙ্কটি ৭। অতএব নির্ণেয় ফিফথ রুটের শেষ অঙ্ক হবে ৭।

এবার প্রদত্ত সংখ্যাটির শেষ পাঁচটি অঙ্ক মুছে ফেললে বাকি থাকে ১৩৫০১। ওপরের চার্টে লক্ষ করলে দেখতে পাই এই ১৩৫০১ সংখ্যাটি ৬-এর পঞ্চঘাত সংখ্যা ৭৭৭৬ এবং ৭-এর পঞ্চঘাত সংখ্যা ১৬৮০৭-এর মধ্যবর্তী স্থানে রয়েছে। অতএব নির্ণেয় ফিফথ রুটের প্রথম অঙ্কটি হবে ৬ ও ৭-এর মধ্যে ছোটটি, অর্থাৎ ৬। অতএব নির্ণেয় ফিফথ রুট হচ্ছে ৬৭।

উদাহরণ : ০৩

এবার জানব ৬৯৫৬৮৮৩৬৯৩ সংখ্যাটির ফিফথ রুট বা পঞ্চমূল কত?

এ উদাহরণের ক্ষেত্রেও আগের উদাহরণের মতো নির্ণেয় ফিফথ রুট হবে প্রদত্ত সংখ্যার শেষ অঙ্ক ৩। কারণ, প্রদত্ত সংখ্যার শেষ অঙ্কটি হচ্ছে ৩। এখন প্রদত্ত সংখ্যা থেকে শেষ পাঁচটি অঙ্ক বাদ দিলে বাকি থাকে ৬৯৫৬৮। লক্ষ করি, এই ৬৯৫৬৮ সংখ্যাটি চার্টে দেয়া ৯-এর পঞ্চঘাত সংখ্যা ৫৯০৪৯ এবং ১০-এর পঞ্চঘাত সংখ্যা ১০০০০০-এর মধ্যবর্তী স্থানে রয়েছে। তাই এখানে নির্ণেয় ফিফথ রুটের প্রথম অঙ্কটি হবে ৯ ও ১০-এর মধ্যে ছোটটি, অর্থাৎ ৯। অতএব নির্ণেয় ফিফথ রুট হচ্ছে ৯৩।

আশা করি, এই তিনটি উদাহরণ থেকে কৌশলটি আয়ত্তে এসেছে। নিচে কয়েকটি সংখ্যা এবং এগুলোর ফিফথ রুট কত, সে উত্তরও পাশে দেয়া হলো। আগ্রহীরা চেষ্টা করে দেখতে পারেন, উপরে বর্ণিত কৌশলে এগুলোর সমাধান করা যায় কি-না।

৭৬৯২৬২৪-এর ফিফথ রুট ২৪

২২৯৩৪৫০০৭-এর ফিফথ রুট ৮৭

৬০৪৬৬১৭৬-এর ফিফথ রুট ৩৬

আবারো বলছি উপরে দেয়া ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যার পঞ্চমঘাতের চার্টটি ব্যবহার করে সর্বাধিক দশ অঙ্কের সংখ্যার ফিফথ রুট বা পঞ্চমমূল বের করা যাবে। আর এগুলোর ফিফথ রুট হবে দুই অঙ্কের। এর চেয়ে বেশি অঙ্কের সংখ্যার ফিফথ রুট বের করতে হলে পঞ্চমঘাতের চার্টটি ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত বাড়িয়ে নিতে হবে। তখন এই চার্টটি হয়তো মুখস্থ মনে রাখা সম্ভব হবে না। তখন ওই চার্টটি সামনে রেখে আরো বড় সংখ্যার ফিফথ রুট বের করতে হবে। তবে ১০, ২০, ৩০, ৪০, ..., ..., ৭০, ৮০, ৯০, ১০০-এর পঞ্চমঘাত সংখ্যাগুলো প্রথমে দেয়া চার্টটি থেকেই মনে রাখা যাবে। এ ক্ষেত্রে আগের চার্টের ডানের সংখ্যাগুলোর ডানে আরো পাঁচটি করে শূন্য (০) বসিয়ে দিলেই হবে। যেমন :

$$১০^{\circ} = ১, ০০০০০$$

$$২০^{\circ} = ৩২, ০০০০০$$

$$৩০^{\circ} = ২৪৫, ০০০০০$$

$$৪০^{\circ} = ১০২৪, ০০০০০$$

$$৫০^{\circ} = ৩১২৫, ০০০০০$$

$$৬০^{\circ} = ৭৭৭৬, ০০০০০$$

$$৭০^{\circ} = ১৬৮০৭, ০০০০০$$

$$৮০^{\circ} = ৩২৭৬৮, ০০০০০$$

$$৯০^{\circ} = ৫৯০৪৯, ০০০০০$$

$$১০০^{\circ} = ১০০০০০, ০০০০০$$

মাঝে মাঝে থাকা সংখ্যাগুলোর ফিফথ পাওয়ার বা পঞ্চমঘাত সংখ্যাগুলোসহ ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যার একটি ফিফথ পাওয়ার চার্ট আগে থেকে তৈরি করে নিয়ে আমরা সর্বাধিক পনেরো অঙ্কের সংখ্যার ফিফথ রুট এই নিয়মে বের করে নিতে পারব। আর এসব সংখ্যার ফিফথ রুট আগের তিনটি উদাহরণের মতো দুই অঙ্কের না হয়ে হবে তিন অঙ্কের। সাধারণত দশ অঙ্কের চেয়ে বেশি অঙ্কের সংখ্যার ফিফথ রুট বের করতে দেয়া হয় না। তাই শুরুতেই দেয়া ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যার ফিফথ পাওয়ার চার্টটি মনে রাখলেই চলবে। কারণ, এই চার্টটি দিয়ে সর্বাধিক দশ অঙ্কের সংখ্যার ফিফথ রুট বের করা যাবে। তবে জানার জন্য কিংবা ধারণা দেয়ার জন্য দশ অঙ্কের চেয়ে বেশি অঙ্কের সংখ্যার ফিফথ রুট বের করার কৌশলটি নিচের ৪ নম্বর ও ৫ নম্বর উদাহরণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা হলো।

উদাহরণ : ০৪

জানতে হবে ২৫৯৩৭৪২৪৬০১-এর ফিফথ রুট কত?

এটি একটি এগারো অঙ্কের সংখ্যা। অতএব এর ফিফথ রুট হবে একটি তিন অঙ্কের সংখ্যা। কারণ প্রদত্ত সংখ্যাটি দশ অঙ্ক থেকে পনের অঙ্কের মধ্যে হলে এর ফিফথ রুট হবে তিন অঙ্কের। জানিয়ে রাখি, আসলে প্রদত্ত সংখ্যাটির ফিফথ রুটটি হচ্ছে ১২১। কী করে জানলাম?

আগের মতোই নির্ণেয় ফিফথ রুটের শেষ অঙ্কটি হবে প্রদত্ত সংখ্যার শেষ ১। এখন প্রশ্ন এই ১-এর আগের ১২ সংখ্যাটি কীভাবে পেলাম? নিয়মটা কিন্তু আগের মতোই। প্রদত্ত সংখ্যাটির শেষ পাঁচটি অঙ্ক মুছে দিলে বাকি থাকে ২৫৯৩৭৪। আর এই সংখ্যাটি হচ্ছে ১২-এর পঞ্চমঘাত সংখ্যা ২৪৮৮৩২ ও ১৩-এর পঞ্চমঘাত সংখ্যা ৩৭১২৯৩-এর মধ্যবর্তী একটি সংখ্যা, যা আমরা জানতে পারব ১ থেকে ১০০

পর্যন্ত সংখ্যার পঞ্চমঘাত বা ফিফথ পাওয়ার চার্ট থেকে। অতএব নির্ণেয় ফিফথ রুটের প্রথমে থাকবে ১২ ও ১৩-এর মধ্যে ছোটটি, অর্থাৎ ১২। আর আগেই জেনেছি শেষ অঙ্ক হবে ১। অতএব নির্ণেয় ফিফথ রুট হচ্ছে ১২১।

উদাহরণ : ০৫

জানতে হবে ১৬২১৫১১২৯৬৮৪৩৭৫ সংখ্যাটির ফিফথ রুট কত?

স্পষ্টতই এটি পনেরো অঙ্কের একটি সংখ্যা। অতএব এর ফিফথ রুট হবে তিন অঙ্কের একটি সংখ্যা। এর শেষ অঙ্কটি যেহেতু ৫, তাই আগের মতোই ফিফথ রুটের শেষ অঙ্কটি হবে ৫। এখন জানতে হবে এর আগের দুটি অঙ্ক কী হবে। এজন্য প্রদত্ত সংখ্যার ডান পাশের পাঁচটি অঙ্ক বাদ দিলে বাকি থাকে ১৬২১৫১১২৯৬। এখন ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যার ফিফথ পাওয়ার চার্ট থেকে জানতে পারি : $৬৯^{\circ} = ১৫৬৪০৩১৩৪৯$ এবং $৭০^{\circ} = ৭৭৭৬,০০০০০$ । এখন প্রদত্ত সংখ্যার ডানের পাঁচটি অঙ্ক বাদ দিয়ে পাওয়া সংখ্যা ১৬২১৫১১২৯৬ সংখ্যাটি ৬৯-এর পঞ্চমঘাত সংখ্যা ১৫৬৪০৩১৩৪৯ এবং ৭০-এর পঞ্চমঘাত সংখ্যা ৭৭৭৬,০০০০০-এর মধ্যবর্তী একটি সংখ্যা। অতএব নির্ণেয় তিন অঙ্কের ফিফথ রুটে প্রথম দুটি অঙ্ক হবে ৬৯ ও ৭০-এর মধ্যে ছোটটি, অর্থাৎ ৬৯। আর এর আগে জেনেছি শেষ অঙ্কটি হবে ৫। অতএব প্রদত্ত সংখ্যার ফিফথ রুট হচ্ছে ৬৯৫। আশা করি কৌশলটি আয়ত্তে এসেছে।

বোনাস তথ্য :

অধিকতর জানতে আগ্রহীদের জন্য বোনাস বা বাড়তি তথ্য হিসেবে জানিয়ে রাখি- প্রদত্ত সংখ্যার শেষ অঙ্কটিই যে ফিফথ রুটের শেষ অঙ্ক, সেটি জানার এই সহজ কৌশলটি আমরা জানতে পেরেছি Euler's Theorem থেকে। এই থিওরেম মতে, একটি সংখ্যার ফিফথ পাওয়ার বা পঞ্চমঘাত সংখ্যাটি থেকে এই সংখ্যাটি বাদ দিলে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায়, তার ডানের অঙ্কটি হবে শূন্য (০)। তার ভাষায় যেকোনো সংখ্যা ক-এর জন্য

$$ক^{\circ} = (\text{কোনো একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা}) \times ১০ + ক।$$

এই থিওরেমের ব্যাখ্যায় বলা যায়- একটি সংখ্যার ফিফথ পাওয়ার বা পঞ্চমঘাত সংখ্যা থেকে এই সংখ্যাটি বাদ দিলে যে সংখ্যাটি পাওয়া যাবে, সেটির শেষে একটি শূন্য অবশ্যই থাকবে। এ থেকে সহজেই অনুমেয় প্রদত্ত সংখ্যার ফিফথ রুটের শেষ অঙ্কটি হবে প্রদত্ত সংখ্যারই শেষ অঙ্ক **কজ**।

গণিতদাদু

ফিডব্যাক : golapmunir@yahoo.com

বিনামূল্যে কমপিউটার জগৎ-এর পুরনো সংখ্যা

পুরনো সংখ্যা পেতে আগ্রহী পাঠাগারকে কমপিউটার জগৎ-এর প্রকাশক বরাবর আবেদনের সাথে অনূর্ধ্ব ১০০ শব্দের পাঠাগার পরিচিতি সংযোজন করতে হবে। পাঠাগারের মনোনীত ব্যক্তি আবেদন ও আইডি কার্ডসহ নিম্ন ঠিকানায় উপস্থিত হয়ে পুরনো ১২ সংখ্যার একটি সেট হাতে হাতে নিয়ে যেতে পারবেন।

যোগাযোগের ঠিকানা :

বাড়ি নং-২৯, রোড নং-৬, ধানমণ্ডি, ঢাকা-১২০৫,
মোবাইল : ০১৭১১৫৪৪২১৭